

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Суворов Антон Дмитриевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 08.09.2026 09:43:27
Уникальный программный ключ:
a39bdb15d680d3b0adbfc0af5c1efb14747dc0

Негосударственное образовательное учреждение
высшего образования
**«РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ
ШКОЛА»
(институт)**

УТВЕРЖДАЮ
ректор А.Д. Суворов

«31» августа 2026 г.

Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ - 2

<u>НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ:</u>	02.04.01 Математика и компьютерные науки
<u>НАИМЕНОВАНИЕ ПРОГРАММЫ:</u>	Экономика, математика и анализ данных
<u>УРОВЕНЬ ОБРАЗОВАНИЯ:</u>	Магистратура
<u>ФОРМА ОБУЧЕНИЯ:</u>	Очная

Москва
2026

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования 02.04.01 Математика и компьютерные науки.

Автор:

Профессор департамента экономики, PhD in
Economics

О. Эврен

(должность на кафедре, ученая степень, ученое звание)

(И.О. Фамилия)

Рабочая программа одобрена и рекомендована к утверждению на заседании Совета программы «Экономика, математика и анализ данных»

Протокол № 01 от 20.02.2026 г.

Директор программы И.А. Стельмах

1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса – расширить и углубить знания, полученные в рамках курса Математика для экономистов-1. Данный курс дает студентам математические инструменты, необходимые для понимания, решения и разработки современных экономических моделей, которые имеют дело с рациональными агентами, действующими в динамичной среде. Основная часть курса уделяется изучению принципа динамического программирования и его применения на практике.

2. Планируемые результаты обучения

Результатом освоения основной профессиональной образовательной программы является овладение студентами научно-исследовательским, проектно-экономическим, аналитическим, организационно-управленческим видами профессиональной деятельности, в том числе универсальными, общепрофессиональными и профессиональными компетенциями.

В результате освоения дисциплины выпускник должен:

знать принцип динамического программирования; основные математические инструменты, необходимые для решения экономических задач; дифференциальное и интегральное исчисление, их приложения, формулы и теоремы о неопределенном, определенном, несобственном интегралах; теоремы и формулы для числовых и функциональных рядов.

уметь решать задачи с помощью принципа динамического программирования; вычислять производные функций одной и нескольких переменных, применять их к исследованию функций; вычислять неопределенные, определенные, несобственные интегралы; применять их к нахождению площадей; решать дифференциальные уравнения; применять методы математического анализа для решения экономических задач; осуществлять выбор инструментальных средств для обработки данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

владеть навыками применения методов математического анализа для решения прикладных экономических задач; навыками динамического программирования; методикой построения, анализа и применения математических моделей в экономических процессах.

3. Компетенции, формируемые дисциплиной

Дисциплина направлена на формирование универсальных компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Осуществляет критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
УК-3. Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	Принимает участие в организации и руководстве работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели
УК-6. Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	Определяет и реализует приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки

Дисциплина направлена на формирование общепрофессиональных компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	Находит, формулирует и решает актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики
ОПК-2. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	Создает и исследует новые математические модели в естественных науках, совершенствует и разрабатывает концепции теории и методы
ОПК-3. Способен самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, в том числе отечественного производства	Самостоятельно создает прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, в том числе отечественного производства

Дисциплина направлена на формирование профессиональных компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
ПК-1. Способен планировать и организовывать работу подчиненных системных аналитиков на всем жизненном цикле Системы	Знает виды документов и артефактов требований и проектных решений
	Умеет управлять работой группы
	Владеет знанием определения состава аналитической группы проекта
ПК-3. Способен контролировать и координировать работу, выполняемых подчиненными системными аналитиками	Знает методы анализа и поиска решения проблем
	Умеет определять связь проблем с ключевыми параметрами и целями проекта

	Владеет навыками выявления проблемных ситуаций в ходе работ
--	---

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика для экономистов - 2» является обязательной дисциплиной вариативной части Блока 1 учебного плана программы «Экономика, математика и анализ данных».

Общая трудоемкость 3 з.е., 108 часов.

5. Содержание и структура учебной дисциплины

	Название раздела дисциплины	Трудоемкость (зачетные единицы)	Трудоемкость (академ. часы)			Самостоятельная работа	Формируемые компетенции	
			Общая	Контактная работа преподавателя с обучающимися				
				Лекции	Семинары			Лаб. раб. и/или др. виды
1.	Оптимизация в дискретном времени на бесконечных горизонтах с помощью функции Лагранжа.		14	4	2		8	УК-3, ОПК-1, ПК-1, ПК-3
2.	Конечные множества управления и принцип однократного отклонения. Применения в теории игр.		14	4	2		8	УК-3, ОПК-1, ПК-1
3.	Динамическое программирование. Существование решения уравнения Беллмана и его свойства. Динамическое программирование в условиях неопределённости.		14	4	2		8	ОПК-3, ПК-1, ПК-3
4.	Элементы теории Марковских процессов.		14	4	2		8	УК-1, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1
5.	Проблемы оптимизации в макроэкономике и оценке активов.		14	4	2		8	УК-1, УК-6, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-3
6.	Проблемы оптимизации при поиске и сопоставлении.		14	4	2		8	УК-1, ПК-1, ПК-3

7.	Оптимальное управление в непрерывном времени. Принцип максимума Понтрягина.		15	4	2		9	УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-3
	Промежуточный контроль - экзамен		9					УК-1, УК-3, УК-6, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-3
	ИТОГО	3	108	28	14		57	

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

На первой лекции обучающимся объявляются условия и требования к освоению дисциплины в соответствии с изложенными в РПД. Обучающимся рекомендуется в рамках каждой темы ознакомиться с предложенной основной литературой, выполнить письменно домашние задания для проверки усвоения материала.

Существенную часть самостоятельной работы обучающихся составляет самостоятельное изучение учебных и научных изданий, лекционных конспектов, рекомендованной основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов и пр.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся разработаны «Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся», в которых описан порядок работы с научной литературой, даны рекомендации по написанию рефератов, эссе, конспектов, рецензий, аннотаций, решению кейсов и т.п.

7. Формы контроля и фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

7.1 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине предусмотрена в форме экзамена. Экзаменационные задания формируются на основе материалов дисциплины и/или по типу домашних заданий.

7.2 Текущий контроль успеваемости обучающихся

Текущий контроль успеваемости обучающихся формируется на основе выполнения домашних заданий.

7.3 Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих формирование компетенций.

Формирование оценки промежуточной аттестации

	<i>Математика для экономистов – 2</i>	
	Домашние задания	Финальный экзамен
Вес (%)	15	85
Количество	5	1
Формируемые компетенции	УК-1, УК-3, УК-6, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-3	УК-1, УК-3, УК-6, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-3

Домашние задания: несколько (не более 5) письменных домашних заданий. Сдача домашнего задания позднее установленного срока приводит к существенному снижению оценки. Общая оценка за домашние задания есть сумма оценок за каждое задание, деленная на количество домашних заданий. Финальный экзамен проходит в письменной форме в формате open-book и состоит из нескольких теоретических вопросов и нескольких задач, на которые студентам нужно дать письменный развернутый ответ со всеми необходимыми для решения задач вычислениями и построениями.

Краткие методические рекомендации по подготовке к экзамену:

Подготовка к экзамену и его результативность требует умения оптимально организовывать свое время. Идеально, если студент познакомился с основными представлениями и понятиями курса в аудиторном процессе изучения дисциплины. Тогда подготовка к зачету по контрольным вопросам позволит систематизировать материал и глубже его усвоить.

Работу лучше начинать с распределения предложенных контрольных вопросов по разделам и темам курса.

Затем необходимо изучить рекомендованные теоретические источники (конспект лекций, учебники, монографии, слайды к лекциям).

При изучении материала следует выделять основные понятия и определения, можно их законспектировать. Выделение опорных понятий дает возможность систематизировать представления по дисциплине и, соответственно, результативнее подготовиться к экзамену.

Экзамен проводится в письменной форме, в результате которого студент должен решить поставленную задачу и аргументировать правильность

решения. Успешный ответ на экзаменационный вопрос предполагает процесс продумывания логики изложения материала.

7.4. Методические материалы по процедуре оценивания

Оценка работы обучающихся производится, исходя из общей суммы баллов, набранных в течение курса. Для оценивания уровня освоения материала по дисциплине используется следующая шкала оценок:

- 1) Домашние задания 15%
- 2) Финальный экзамен 85%.

Для успешного прохождения курса необходимо набрать на экзамене не менее 20 баллов.

$$Орез = 0.15 * Одз + 0.85 * Оэкз$$

При оценке знаний на письменном экзамене учитывается:

1. Уровень сформированности универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций.
2. Уровень владения теоретической базой дисциплины, правильность формулировки основных понятий и понимания закономерностей при решении задач.
3. Умение решить поставленные задачи за ограниченный промежуток времени.
4. Логика, структура и грамотность письменного изложения решения задачи.
5. Умение обосновать практические результаты с помощью теории и подтвердить теорию с помощью проведения практических исследований и необходимых вычислений.
6. Умение делать обобщения и выводы относительно практических результатов и научной литературы, предложенной к прочтению.

Для получения оценки **«отлично»** студент должен:

- продемонстрировать свободное владение программным материалом;
- уметь грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- правильно формулировать определения при использовании их в решении задач и ответе на теоретические вопросы;
- продемонстрировать умения самостоятельной работы с научной литературой и необходимым программным обеспечением;
- уметь решить поставленные задачи и сделать обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«хорошо»** студент должен:

- продемонстрировать достаточно свободное владение программным материалом;
- уметь достаточно грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- продемонстрировать знание основных теоретических понятий и определений дисциплины при решении задач;
- продемонстрировать умение ориентироваться в научной литературе и необходимом программном обеспечении;
- уметь решить значительную часть задач и сделать достаточно обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки «удовлетворительно» студент должен:

- продемонстрировать общее знание программного материала;
- уметь воспользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- продемонстрировать общее владение понятийным аппаратом дисциплины для понимания процессов, происходящих в задачах;
- знать основную рекомендуемую программой научную литературу и владеть азами работы с необходимым программным обеспечением;
- уметь решать значительную часть задач.

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае:

- незнания значительной части программного материала;
- неумения пользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- непонимания происходящих в задачах процессов;
- незнания требуемой научной литературы и неумения работать с необходимым программным обеспечением;
- неумения решать значительную часть поставленных задач.

7.5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости обучающихся формируется из типовых контрольных заданий к экзамену и домашних заданий.

Пример типовых задач из тех, которые могут встретиться в домашнем задании или на экзамене

Задача 1. В далеком королевстве принцесса собирается выйти замуж. Имеется NN кандидатов, намеревающихся жениться на ней, и они прибывают строго по одному в день. В каждый день tt принцесса узнает качество $x_t x_t$ кандидата, прибывшего в этот день, и имеет четыре варианта действий:

- она может сразу выйти за вновь прибывшего кандидата,

- она может принять предложение текущего кандидата (при этом отказываясь от предыдущего предложения, если таковое было принято),
- она может забыть о текущем кандидате и выйти замуж за того, чье предложение она приняла ранее,
- она может перейти к следующему периоду.

Естественно, принцесса не может быть помолвлена с более чем одним кандидатом в любой момент времени. Качество каждого кандидата есть случайная величина, принимающая три значения $0 < b < a < g$ с вероятностями $\frac{pbpb}{papa}$ и $\frac{pgpg}{papa}$ соответственно. Случайные величины качества кандидатов независимы и одинаково распределены во все моменты времени.

Если принцесса выходит за кандидата качества x в момент времени t , то в этот момент времени она получает полезность в размере xx и игра заканчивается. До (или после) момента женитьбы она получает нулевую полезность (и так же ее полезность равна нулю, если она никогда не женится). В любой момент времени принцесса оценивает свою полезность как дисконтированную ожидаемую полезность с коэффициентом дисконтирования β .

(а) Запишите задачу в рекурсивном виде (уравнение Беллмана). Будьте внимательны и учтите все детали в процессе определения вашей функции Беллмана – неточности и опущения будут штрафовать.

(б) Теперь предположим, что x_t может принимать значение 1 с вероятностью 40%, 5 с вероятностью 40% и 10 с вероятностью 20%, а $\beta = 0.75$. Найдите оптимальную стратегию принцессы.

Задача 2. Рассмотрим безработного, который каждый период может найти два независимых и одинаково распределенных предложения по зарплате из вероятностного распределения с функцией распределения кумулятивной вероятности $F(w)$. Работник будет работать всю жизнь с одной и той же зарплатой, как только примет какое-то из предложений. В случае, если человек не работает, он получает компенсацию c . Работник выбирает решающее правило, чтобы максимизировать функцию $E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$, где $y_t = w$ или $y_t = c$, в зависимости от того, работает он или нет.

- Определите переменную состояния.
- Сформулируйте уравнение Беллмана для задачи рабочего.
- Докажите, что резервная заработная плата работника выше, чем она могла бы быть если бы у рабочего был выбор между той же компенсацией c и если бы он получал бы только одно предложение из распределения $F(w)$ каждый период.

Задача 3. В стране А три времени года: весна, лето и осень. ВВП страны изменяется циклически: оно равно $y_s y_s$ весной, $y_m y_m$ летом и $y_a y_a$ осенью. Доход государства составляет фиксированную долю $g g$ от ВВП. Государство максимизирует $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$, где $c_t c_t$ – это государственные расходы на момент времени (пара год, время года) $t t$, $\beta \beta$ – это коэффициент дисконтирования и $u(x) u(x)$ – это функция полезности (возрастающая и вогнутая).

Государство также может выпускать бонды (одалживать) или инвестировать средства в мировой рынок под процентную ставку (сезонную) $R = 1/\beta$ $R = 1/\beta$. На начальный момент времени долг государства составляет $B B$.

- Выпишите оптимизационную задачу государства.
- Предложите и обоснуйте условие, которое вы хотите наложить на размер государственного долга в бесконечности.
- Решите задачу. Предъявите подробное объяснение того, почему ваше решение действительно максимизирует целевую функцию государства по сравнению со всеми другими возможными путями, удовлетворяющими условиям первого порядка.

8. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины

Литература

1. Ljungqvist L., Sargent J., Recursive Macroeconomic Theory, 3rd ed., The MIT Press, 2012.
2. Stokey, N. L. Recursive Methods in Economic Dynamics / Nancy L. Stokey, Lucas Robert E. - : Harvard University Press, 1989.
3. Беленький В. З. Оптимальное управление: принципы максимума и динамическое программирование. - М. : РЭШ, 2001.
4. Сотсков А.И., Колесник Г.В. Оптимальное управление в примерах и задачах. – М.: РЭШ, 2002

Ресурсное обеспечение:

Официальный сайт Министерства финансов РФ <http://www.minfin.ru/>
 Официальный сайт Центрального Банка РФ <http://www.cbr.ru/>
 Официальный сайт Росбизнесконсалтинга <http://www.rbc.ru/>
 Справочно-образовательный сайт "Economicus" <http://www.economicus.ru/>
 СПС «Консультант Плюс» <http://www.consultant.ru>
 "Ведомости "Vedomosti" www.vedomosti.ru
 Polpred.com

9. Материально – техническое и информационное обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, оборудованы компьютером, имеющим выход в интернет, видеопроекционным оборудованием для презентаций и учебных фильмов, средствами звуковоспроизведения, экраном, маркерной доской с маркерами, тематическим набором слайдов, соответствующим рабочей программе дисциплины.

Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, а также для групповых и индивидуальных консультаций, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, мультимедийным оборудованием, а также техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, маркерной доской с маркерами.

Помещение для самостоятельной работы – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – укомплектовано специализированной мебелью для хранения оборудования и техническими средствами для его обслуживания.

Необходимое программное обеспечение:

Операционная система: Windows 7, Windows 10

Офисные программы: Microsoft Office, Libre Office, Google Docs

Чтение PDF: Adobe Acrobat

Интернет-браузеры: Mozilla Firefox, Google Chrome, Internet Explorer, Opera

Антивирусные программы: Kaspersky Endpoint Security

Программы переводчики: Google translate, Yandex translate

Архиваторы: 7-zip

10. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья

В соответствии с Методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных

межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.