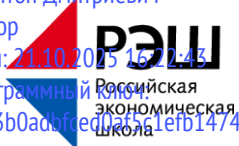


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Суворов Антон Дмитриевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 21.10.2025 16:22:43
Уникальный программный ключ:
a39bdb15d680d3b0aabbced0a151efb14747dc0



Негосударственное образовательное учреждение
высшего образования
**«РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ
ШКОЛА»
(институт)**

УТВЕРЖДАЮ
ректор А.Д. Суворов

«15» октября 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
Математический анализ-2

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ: 38.03.01 Экономика
НАИМЕНОВАНИЕ ПРОГРАММЫ: Бакалавр экономики
УРОВЕНЬ ОБРАЗОВАНИЯ: Бакалавриат
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ: Очная

Москва
2025

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования 38.03.01 Экономика.

Автор:

**Профессор Департамента финансов и
математических методов в экономике**

Шапошников С.В.

(должность на кафедре, ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

Рабочая программа одобрена и рекомендована к утверждению на заседании Совета программы «Бакалавр»

Протокол № 22 от 15.10.2025 г.

Директор программы И. А. Денисова

1. Цели и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математический анализ-2» является формирование у студентов систематизированных знаний о фундаментальных понятиях и методах математического анализа функций многих переменных, включая дифференциальное и интегральное исчисление в многомерных пространствах, освоение аппарата исследования экстремальных задач и свойств функций, а также развитие навыков применения аналитических методов для решения прикладных задач с использованием современного математического аппарата.

2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины выпускник должен:

Знать:

- Основные понятия и конструкции многомерного евклидова пространства (метрика, норма, сходимость, компактность).
- Определения предела, непрерывности, частных производных, дифференциала и градиента для функций многих переменных.
- Формулировки ключевых теорем (Вейерштрасса, Кантора, Шварца, о неявной функции, Фубини, о замене переменных).
- Необходимые и достаточные условия безусловного и условного экстремума (метод множителей Лагранжа, условия Куна-Таккера).
- Теорию интегрирования по многомерным областям (определение интеграла Римана, критерий интегрируемости Лебега).

Уметь:

- Исследовать функции многих переменных на непрерывность и дифференцируемость.
- Находить частные производные, производные по направлению, градиент и дифференциалы высших порядков.
- Применять цепное правило для дифференцирования сложных функций.
- Находить точки локального и условного экстремума функций.
- Вычислять двойные и тройные интегралы сведением к повторным и методом замены переменных.
- Строить математические модели прикладных задач, использующие аппарат функций многих переменных и кратного интегрирования.

Владеть:

- Аппаратом дифференциального исчисления функций многих переменных для анализа свойств функций.
- Методами решения задач на оптимизацию с ограничениями и без.

- Навыками вычисления кратных интегралов в различных системах координат.
- Математическим аппаратом для формализации и решения задач геометрии, физики и экономики, связанных с функциями нескольких переменных.
- Навыками самостоятельного анализа теоретических положений курса и их применением к решению практических задач.

3. Компетенции, формируемые дисциплиной

Дисциплина направлена на формирование универсальных компетенций:

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенций |
|--------------------------------|--|
| УК-1, УК-3, УК-6 | <p>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</p> <p>УК-3: Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде</p> <p>УК-6: Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни</p> |

Дисциплина направлена на формирование общепрофессиональных компетенций:

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенций |
|--------------------------------|---|
| ОПК-3 | ОПК-3: Способен анализировать и содержательно объяснять природу экономических процессов на микро- и макроуровне |

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Математический анализ-2 является дисциплиной Блока Major Базовые профессиональные дисциплины учебного плана программы «Бакалавр экономики».

Общая трудоемкость – 6 з.е., 228 часов.

5. Содержание и структура учебной дисциплины

| Название раздела дисциплины | Трудоемкость | Трудоемкость (академ. часы) | | Самостоятельная работа | Формируемые компетенции |
|-----------------------------|--------------|-----------------------------|--|------------------------|-------------------------|
| | | | Контактная работа преподавателя с обучающимися | | |
| | | | | | |

| | (зачетные единицы) | Общая | Лекции | Семинары | работ | |
|---|--------------------|-------|--------|----------|-------|-------------|
| Тема 1. Многомерное евклидово пространство: геометрические основы, сходимости и топология Изучение многомерного пространства как фундамента для анализа: векторы, скалярное произведение, норма и расстояние. Исследование сходимости последовательностей точек, критерия Коши и основных топологических понятий (открытость, замкнутость, компактность), включая теорему Больцано-Вейерштрасса. | | 20 | 6 | 3 | 11 | УК-1, ОПК-3 |
| Тема 2. Функции многих переменных: пределы и непрерывность Введение понятия функции нескольких переменных. Изучение предела функции в точке и непрерывности. Формулировка и анализ ключевых теорем о свойствах непрерывных функций на компактах: теоремы Вейерштрасса и Кантора. | | 32 | 10 | 5 | 17 | УК-6, ОПК-3 |
| Тема 3. Дифференциальное исчисление: частные производные, дифференцируемость и свойства дифференциала Изучение частных производных и дифференциала функции многих переменных. Теорема Шварца о смешанных производных. | | 36 | 14 | 4 | 18 | УК-1, ОПК-3 |

| | | | | | | |
|--|--|----|---|---|----|-------------------|
| Анализ основных свойств дифференцируемых функций: линейность, правило Лейбница, инвариантность формы первого дифференциала. | | | | | | |
| Тема 4. Дифференцирование сложных и неявных функций. Теорема об обратной функции Освоение техники дифференцирования сложных функций (цепное правило). Изучение теорем о неявной и обратной функции, их условия и следствия. Введение понятия диффеоморфизма. | | 12 | 4 | 3 | 5 | УК-1 |
| Тема 5. Экстремумы функций многих переменных: необходимые и достаточные условия Классификация и исследование точек локального экстремума. Формулировка необходимых условий (стационарные точки) и достаточных условий экстремума. Изучение свойств выпуклых функций в контексте оптимизации. | | 20 | 6 | 4 | 10 | УК-3, ОПК-3 |
| Тема 6. Условный экстремум: метод множителей Лагранжа и условия Куна-Таккера Решение задач на условный экстремум с ограничениями-равенствами (метод множителей Лагранжа) и с ограничениями-неравенствами (условия Куна-Таккера). Геометрическая интерпретация и | | 16 | 6 | 2 | 8 | УК-1, УК-3, ОПК-3 |

| | | | | | | |
|---|----------|-----|----|----|-----|-------------------|
| теоретическое обоснование (лемма Фаркаша). | | | | | | |
| Тема 7. Интеграл Римана в многомерном пространстве: определение, свойства и критерии интегрируемости Построение теории кратного интеграла Римана. Изучение его свойств (линейность, монотонность) и критерия интегрируемости Лебега. Определение интеграла по произвольному измеримому множеству. | | 28 | 10 | 6 | 12 | УК-6 |
| Тема 8. Вычисление кратных интегралов: теорема Фубини и замена переменных Практические методы вычисления кратных интегралов. Сведение к повторным интегралам с помощью теоремы Фубини. Техника замены переменных в интеграле, включая якобиан и переход к криволинейным координатам (полярным, цилиндрическим, сферическим). | | 32 | 8 | 5 | 19 | УК-1, УК-6, ОПК-3 |
| Форма промежуточной аттестации – итоговая контрольная работа | | 9 | | | | |
| ИТОГО | 6 | 228 | 64 | 32 | 132 | |

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

На первой лекции обучающимся объявляются условия и требования к освоению дисциплины в соответствии с изложенными в РПД. Обучающимся рекомендуется в рамках каждой темы ознакомиться с предложенной основной литературой, выполнить письменно домашние задания для проверки усвоения материала.

Существенную часть самостоятельной работы обучающихся составляет самостоятельное изучение учебных и научных изданий, лекционных

конспектов, рекомендованной основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов и пр.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся разработаны «Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся», в которых описан порядок работы с научной литературой, даны рекомендации по написанию рефератов, эссе, конспектов, рецензий, аннотаций, решению кейсов и т.п.

7. Формы контроля и фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

7.1 Промежуточная аттестация

Оценка по дисциплине формируется **накопительно** на основе результатов работы в течение курса и рассчитывается по формуле.

Итоговый результат определяется по совокупности выполненных заданий.

Озан – оценка за работу на занятиях (от 0 до 10). Выставляется преподавателями, ведущими семинарские занятия, по итогам курса. Данный элемент контроля не подлежит передаче. Оценка отражает регулярную активность и может включать результаты внезапных мини-проверочных работ.

Окр1, Окр2 – оценки за контрольные работы (от 0 до 10 каждая). Проводятся в середине и в конце курса для контроля практических навыков.

Окол1, Окол2 – оценки за теоретические коллоквиумы (от 0 до 10 каждая). Нацелены на проверку понимания ключевых определений и теорем.

ОДЗ – оценка за домашние задания (от 0 до 10). Формируется по результатам выполнения четырёх больших домашних работ в течение семестра.

Оэкз – оценка за экзамен (от 0 до 10). Проводится в устной форме по материалу всего курса.

Расчёт оценок:

Накопленная оценка (НО) рассчитывается по формуле:

$$*НО = 0.1 \times \text{Озан} + 0.2 \times (\text{Окр1} + \text{Окр2}) + 0.2 \times (\text{Окол1} + \text{Окол2}) + 0.1 \times \text{ОДЗ}*$$

Итоговая оценка за курс вычисляется по формуле:

$$*\text{Оитог} = \text{Max} \{ 0.6 \times \text{НО} + 0.4 \times \text{Оэкз}, \text{НО} \}*$$

Важные условия и правила:

Освобождение от экзамена: Студенты с накопленной оценкой 9 или 10 баллов имеют право не сдавать экзамен и получить итоговую оценку, равную накопленной.

Дополнительные баллы: За успешное выполнение дополнительных теоретических листков к накопленной оценке может быть добавлен 1 балл.

Неудовлетворительный результат: Если итоговая оценка за курс является неудовлетворительной, студент имеет право на пересдачу.

Порядок пересдач:

Первая пересдача: Проводится преподавателем курса в устной форме. Пересчитывается только экзаменационная составляющая, итоговая оценка определяется по стандартной формуле.

Вторая пересдача: Проводится комиссией из трёх человек в устной форме. Накопленная оценка не учитывается; итоговая оценка выставляется по результатам экзамена и не может превышать 5 баллов.

Правила проведения контроля: На контрольных работах, коллоквиумах и экзамене запрещено пользоваться любыми вспомогательными материалами.

7.2 Текущий контроль успеваемости обучающихся

| Форма контроля | Вес в итоговой оценке | Сроки проведения | Условия пересдачи |
|----------------------------------|-----------------------|--|---|
| Озан - работа на занятиях | 10% | Постоянно в течение курса | Не подлежит пересдаче |
| Окр1 - первая контрольная работа | 10% | Середина курса (после темы 4) | При уважительной причине вес переносится на экзамен |
| Окр2 - вторая контрольная работа | 10% | Конец курса (после темы 8) | При уважительной причине вес переносится на экзамен |
| Окол1 - первый коллоквиум | 10% | После темы 3 (Дифференциальное исчисление) | При уважительной причине вес переносится на Окол2 |

| | | | |
|---------------------------|-----|-----------------------------------|---|
| Окол2 - второй коллоквиум | 10% | После темы 6 (Условный экстремум) | При уважительной причине вес переносится на экзамен |
|---------------------------|-----|-----------------------------------|---|

7.3 Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих формирование компетенций.

При оценке знаний на итоговой контрольной работе учитывается:

1. Уровень сформированности универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций.
2. Уровень владения теоретической базой дисциплины, правильность формулировки основных понятий и понимания закономерностей при решении задач.
3. Умение решить поставленные задачи за ограниченный промежуток времени.
4. Логика, структура и грамотность письменного изложения решения задачи.
5. Умение обосновать практические результаты с помощью теории и подтвердить теорию с помощью проведения практических исследований и необходимых вычислений.
6. Умение делать обобщения и выводы относительно практических результатов и научной литературы, предложенной к прочтению.

Для получения оценки **«отлично»** студент должен:

- продемонстрировать свободное владение программным материалом;
- уметь грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- правильно формулировать определения при использовании их в решении задач и ответе на теоретические вопросы;
- продемонстрировать умения самостоятельной работы с научной литературой и необходимым программным обеспечением;
- уметь решить поставленные задачи и сделать обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«хорошо»** студент должен:

- продемонстрировать достаточно свободное владение программным материалом;
- уметь достаточно грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- продемонстрировать знание основных теоретических понятий и определений дисциплины при решении задач;

- продемонстрировать умение ориентироваться в научной литературе и необходимом программном обеспечении;
- уметь решить значительную часть задач и сделать достаточно обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«удовлетворительно»** студент должен:

- продемонстрировать общее знание программного материала;
- уметь воспользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- продемонстрировать общее владение понятийным аппаратом дисциплины для понимания процессов, происходящих в задачах;
- знать основную рекомендуемую программой научную литературу и владеть азами работы с необходимым программным обеспечением;
- уметь решать значительную часть задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится в случае:

- незнания значительной части программного материала;
- неумения пользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- непонимания происходящих в задачах процессов;
- незнания требуемой научной литературы и неумения работать с необходимым программным обеспечением;
- неумения решать значительную часть поставленных задач.

7.5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости обучающихся формируется из типовых контрольных заданий к экзамену и домашних заданий.

Примеры заданий к коллоквиуму

Теоретический вопрос с доказательством:

Задание: Сформулируйте и докажите теорему о равенстве смешанных производных (теорему Шварца). Приведите пример функции двух переменных, для которой смешанные производные не равны, и объясните, какой пункт условия теоремы при этом нарушается.

Задание: Исследуйте функцию $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0, 0)$. Найдите частные производные в этой точке, если они существуют. Является ли функция дифференцируемой в

начале координат? Ответ обоснуйте, используя определение дифференцируемости.

Пример заданий к контрольной работе

Задание: Вычислите двойной интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 2$.

Дополнительно: Запишите интеграл в полярных координатах для вычисления площади области, лежащей внутри кардиоиды $\rho = 1 + \cos(\varphi)$ и вне окружности $\rho = 1$.

Задание: Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$, $y = x$, $y = x^2$ ($x, y \geq 0$), перейдя к подходящим криволинейным координатам (например, обобщенным полярным).

8. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины

Литература

Обязательная литература

Шилов, Г. Е. Математический анализ : учебное пособие : [16+] / Г. Е. Шилов. – 2-е изд. – Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1961. – 436 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=230807> (дата обращения: 24.09.2025). – Текст : электронный.

Протасов, Ю. М. Математический анализ : учебное пособие : [16+] / Ю. М. Протасов. – 3-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2024. – 165 с. : граф., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115118> (дата обращения: 24.09.2025). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-1234-4. – Текст : электронный.

Дополнительная литература

Исаченко, Н. А. Комплексный анализ в примерах и упражнениях : интегралы и вычеты : учебное пособие : [16+] / Н. А. Исаченко ; Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского (ОмГУ), 2019. – 120 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575792> (дата обращения: 24.09.2025). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7779-2370-7. – Текст : электронный.

Коннова, Л. П. Математический анализ: практико-ориентированный курс с элементами кейсов : учебник для бакалавриата по направлениям подготовки 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент» : [16+] / Л. П. Коннова, А.

А. Рылов, И. К. Степанян ; Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. – Москва : Прометей, 2019. – 281 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576050> (дата обращения: 24.09.2025). – Библиогр.: с. 269- 273. – ISBN 978-5-907100-61-9. – Текст : электронный.

9. Материально – техническое и информационное обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, оборудованы компьютером, имеющим выход в интернет, видеопроекционным оборудованием для презентаций и учебных фильмов, средствами звуковоспроизведения, экраном, маркерной доской с маркерами, тематическим набором слайдов, соответствующим рабочей программе дисциплины.

Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, а также для групповых и индивидуальных консультаций, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, мультимедийным оборудованием, а также техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, маркерной доской с маркерами.

Помещение для самостоятельной работы – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – укомплектовано специализированной мебелью для хранения оборудования и техническими средствами для его обслуживания.

Необходимое программное обеспечение:

Операционная система: Windows 7, Windows 10

Офисные программы: Microsoft Office, Libre Office, Google Docs

Чтение PDF: Adobe Acrobat

Интернет-браузеры: Mozilla Firefox, Google Chrome, Internet Explorer, Opera

Антивирусные программы: Kaspersky Endpoint Security

Программы переводчики: Google translate, Yandex translate

Архиваторы: 7-zip

10. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья

В соответствии с Методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.