

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Суворов Антон Дмитриевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 03.09.2025 18:40:24  
Уникальный программный ключ:  
a39bdb15d680d3b0adbfc0af5c1efb14747dc0



Негосударственное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ  
ШКОЛА»  
(институт)**

**УТВЕРЖДАЮ**  
ректор А.Д. Суворов

**«01» сентября 2025 г.**

**Рабочая программа дисциплины**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

НАУЧНАЯ  
СПЕЦИАЛЬНОСТЬ

5.2.2 Математические,  
статистические и  
инструментальные методы  
в экономике

УРОВЕНЬ ОБРАЗОВАНИЯ

АСПИРАНТУРА

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

ОЧНАЯ

**Москва  
2025**

Рабочая программа дисциплины устанавливает минимальные требования к результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий, форм и средств отчетности и контроля.

Программа является элементом образовательных программ аспирантуры по научной специальности:

5.2.2 Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

**Автор:**

Профессор департамента финансов и  
математических методов в экономике, PhD in  
Economics, PhD in Mathematics

Р.М. Ибрагимов

---

*(должность на кафедре, ученая степень, ученое звание)*

*(И.О.Фамилия)*

Рабочая программа одобрена и рекомендована к утверждению на заседании  
Совета Аспирантуры.

Протокол № 15/25 от 30.08.2025

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цели курса – изложить основные понятия и методы математической статистики; показать студентам применение статистических методов в прикладных исследованиях; изложить понятия о прикладных методах многомерного статистического анализа. Задачи курса – освоение основ математической статистики, применение методов математической статистики, теоретического и экспериментального исследования в решения экономических задач, овладение навыками применения современного математического инструментария в решении экономических задач и методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

## 2. Планируемые результаты обучения

Результатом освоения основной профессиональной образовательной программы является овладение студентами научно-исследовательским, проектно-экономическим, аналитическим, организационно-управленческим видами профессиональной деятельности, в том числе универсальными, общепрофессиональными и профессиональными компетенциями.

В результате освоения дисциплины выпускник должен:  
**знать** основные типы распределений вероятностей, используемые в статистическом анализе; основы методики применения статистических методов; методы оптимального оценивания параметров распределений и случайных процессов; применение математической статистики к решению экономических задач.

**уметь** применять методы статистического анализа выборочных данных и случайных процессов; интерпретировать результаты статистического анализа и использовать их при построении математических моделей; использовать источники статистической информации; анализировать и интерпретировать данные отечественной и зарубежной статистики о различных процессах и явлениях, осуществлять выбор инструментальных средств для обработки данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

**владеть** современными методами сбора, обработки и анализа данных; современной методикой построения статистических моделей; практическими навыками численных расчетов оценок параметров распределений и случайных процессов; современными методиками расчета и анализа информации.

## Содержание и структура учебной дисциплины

	Название раздела дисциплины	Тру- дое- мко- сть (зач- етн- ые еди- ниц- ы)	Трудоемкость (академ. часы)				Са- мос- тоя- тель- ная раб- ота
			Об- ща- я	Контактная работа преподавателя с обучающимися			
				Лек- ции	Се- ми- на- ры	Лаб. раб. и/или др. виды	
1.	Выборка. Оценка значения параметра. Оценочные функции.		10	2	2		6
2.	Доверительные интервалы. Размер выборки. Тестирование статистических гипотез.		10	2	2		6
3.	Методы параметрического оценивания. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Неравенство информации. Дельта-метод.		10	2	2		6
4.	Важные статистические данные. Лемма Неймана-Пирсона. Отношение правдоподобия.		10	2	2		6
5.	Тестирование точности приближения. Таблицы сопряженности. Тест Пирсона. Тест Колмогорова-Смирнова.		10	4	2		5
6.	Байесовские методы. Точечная оценка. Доверительные интервалы.		10	4			6
7.	Однофакторный и двухфакторный анализ дисперсии.		10	2	2		6
8.	Непараметрические методы. Тест Уилкоксона, критерий серий. Ранговая корреляция Спирмена.		10	4			6
9.	Методы классификации. Дискриминантный анализ. Разделение смеси распределений. Кластерный анализ. Основные компоненты. Факторный анализ.		10	4			4
10.	Достаточная статистика. Минимальная достаточная статистика. Теорема Рао-Блэкуэлла. Полная статистика. Теорема Лемана-Шеффе.		10	2	2		6
	Форма промежуточной аттестации - экзамен		9				
	<b>ИТОГО</b>	<b>3</b>	<b>108</b>	<b>28</b>	<b>14</b>		<b>57</b>

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

На первой лекции обучающимся объявляются условия и требования к освоению дисциплины в соответствии с изложенными в РПД. Обучающимся рекомендуется в рамках каждой темы ознакомиться с предложенной основной литературой, выполнить письменно домашние задания для проверки усвоения материала.

Существенную часть самостоятельной работы обучающихся составляет самостоятельное изучение учебных и научных изданий, лекционных конспектов, рекомендованной основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов и пр.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся разработаны «Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся», в которых описан порядок работы с научной литературой, даны рекомендации по написанию рефератов, эссе, конспектов, рецензий, аннотаций, решению кейсов и т.п.

#### **5. Формы контроля и фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине**

##### **5.1 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине предусмотрена в форме экзамена. Экзаменационные задания формируются на основе материалов дисциплины и/или по типу домашних заданий.

##### **5.2 Текущий контроль успеваемости обучающихся**

Текущий контроль успеваемости обучающихся формируется на основе выполнения домашних заданий.

##### **5.3 Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих формирование компетенций.**

Формирование оценки промежуточной аттестации

	<i>Математическая статистика</i>	
	Домашние задания	Финальный экзамен
Вес (%)	20	80
Количество	5	1

Домашние задания: всего будет несколько (не более 5) письменных домашних заданий. Сдача домашнего задания после отведённого срока приводит к существенному снижению оценки. Общая оценка за домашние задания есть сумма оценок за каждое задание, деленная на количество домашних заданий.

Финальный экзамен проходит в письменной форме в формате closed-book и состоит из нескольких теоретических вопросов и нескольких задач, на которые студентам нужно дать письменный развёрнутый ответ со всеми необходимыми для решения задач вычислениями и построениями. Студентам разрешено взять с собой на экзамен лист А4, исписанный с двух сторон от руки. Для получения удовлетворительной оценки на экзамене студент обязан набрать не менее 25 процентов от общего количества баллов за экзамен.

*Краткие методические рекомендации по подготовке к экзамену:*

Подготовка к экзамену и его результативность требует умения оптимально организовывать свое время. Идеально, если студент познакомился с основными представлениями и понятиями курса в аудиторном процессе изучения дисциплины. Тогда подготовка к зачету по контрольным вопросам позволит систематизировать материал и глубже его усвоить.

Работу лучше начинать с распределения предложенных контрольных вопросов по разделам и темам курса.

Затем необходимо изучить рекомендованные теоретические источники (конспект лекций, учебники, монографии, слайды к лекциям).

При изучении материала следует выделять основные понятия и определения, можно их законспектировать. Выделение опорных понятий дает возможность систематизировать представления по дисциплине и, соответственно, результативнее подготовиться к экзамену.

Экзамен проводится в письменной форме, в результате которого студент должен решить поставленную задачу и аргументировать правильность решения. Успешный ответ на экзаменационный вопрос предполагает процесс продумывания логики изложения материала.

#### **5.4. Методические материалы по процедуре оценивания**

Оценка работы обучающихся производится, исходя из общей суммы баллов, набранных в течение курса. Для оценивания уровня освоения материала по дисциплине используется следующая шкала оценок:

- 1) Домашние задания 20%
- 2) Финальный экзамен 80%.

$$\text{Орез} = 0.2 * \text{Одз} + 0.8 * \text{Оэкз}$$

## **При оценке знаний на письменном экзамене учитывается:**

1. Уровень владения теоретической базой дисциплины, правильность формулировки основных понятий и понимания закономерностей при решении задач.
2. Умение решить поставленные задачи за ограниченный промежуток времени.
3. Логика, структура и грамотность письменного изложения решения задачи.
4. Умение обосновать практические результаты с помощью теории и подтвердить теорию с помощью проведения практических исследований и необходимых вычислений.
5. Умение делать обобщения и выводы относительно практических результатов и научной литературы, предложенной к прочтению.

Для получения оценки **«отлично»** студент должен:

- продемонстрировать свободное владение программным материалом;
- уметь грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- правильно формулировать определения при использовании их в решении задач и ответе на теоретические вопросы;
- продемонстрировать умения самостоятельной работы с научной литературой и необходимым программным обеспечением;
- уметь решить поставленные задачи и сделать обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«хорошо»** студент должен:

- продемонстрировать достаточно свободное владение программным материалом;
- уметь достаточно грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- продемонстрировать знание основных теоретических понятий и определений дисциплины при решении задач;
- продемонстрировать умение ориентироваться в научной литературе и необходимом программном обеспечении;
- уметь решить значительную часть задач и сделать достаточно обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«удовлетворительно»** студент должен:

- продемонстрировать общее знание программного материала;
- уметь воспользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- продемонстрировать общее владение понятийным аппаратом дисциплины для понимания процессов, происходящих в задачах;

- знать основную рекомендуемую программой научную литературу и владеть азами работы с необходимым программным обеспечением;
- уметь решать значительную часть задач.

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае:

- незнания значительной части программного материала;
- неумения пользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- непонимания происходящих в задачах процессов;
- незнания требуемой научной литературы и неумения работать с необходимым программным обеспечением;
- неумения решать значительную часть поставленных задач.

### 5.5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости обучающихся формируется из типовых контрольных заданий к экзамену и домашних заданий.

**Примеры заданий, которые могут встретиться на экзамене или в домашнем задании:**

#### Задача 1.

Пусть  $x_1 \dots x_n$  – случайная выборка из нормального распределения  $N(\theta, \theta^2)$ , где  $\theta > 0$ .

- 1) Найдите максимальную вероятностную оценку  $\hat{\theta}_{МП}$  для параметра  $\theta$  и его асимптотическое распределение.
- 2) Сравните пункт а) с асимптотическим распределением оценки  $\hat{\theta}_1 = \bar{x}$
- 3) Сравните пункт а) с асимптотическим распределением оценки

$$\hat{\theta}_2 = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)}$$

- 4) Найдите оптимальную (асимптотически эффективную) комбинацию двух оценок  $\hat{\theta}_1$  и  $\hat{\theta}_2$ . Сравните с  $\hat{\theta}_{МП}$ .
- 5) Найдите минимальную достаточную статистику для  $\theta$ . Это полная статистика?

#### Задача 2.



Концентрация химического вещества в жидкости может быть измерена с помощью нового измерительного прибора. Чтобы измерения были точными, было приготовлено 7 сосудов с жидкостями с известными концентрациями. Концентрация была измерена прибором, погрешность посчитана (представлена ниже):

- 1) 0.4 2) -1.1 3) 0.2 4) 1.5 5) -3.1 6) -2.1 7) 2.

Известно, что средняя погрешность  $EX_k$  равна 0. Однако, точность снижается при увеличении количества использований.  $Var(X_k) = k\sigma^2$ , где  $k = 1 \dots 7$

- 1) Оцените  $\sigma^2$ ;
- 1) Найдите доверительный интервал  $\sigma$  с уровнем доверия 90%;
- 2) Перечислите все предпосылки, которыми вы пользовались.

### Задача 3.

Проводится эксперимент по изучению того, как долго длится использование различных цифровых фотокамер. Цель заключается в том, чтобы выяснить, есть ли разница в сроках службы батареи между четырьмя брендами батарей с использованием семи разных камер. Каждая батарея тестировалась один раз с каждой камерой. Среднее время работы батарей А составляло 43,86 часов. Среднее время для марок В, С и D составляло соответственно 41,28, 40,86 и 40 часов. Ниже приведена расчетная таблица ANOVA с отсутствием некоторых записей.

Source	Sum of Squares	df	Mean square	F-stat
Batteries				
Cameras			26	
Error				
Total	343			

- 1) Заполните таблицу до конца, используя данную информацию
- 2) Есть ли значительная разница между качеством батарей разных фирм?
- 3) Постройте доверительный интервал в 90% для разницы между брендами А и D.

### Задача 4.

Пусть  $X_1 \dots X_8$  – случайная выборка из нормального распределения  $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ ,  $\bar{X} = 30, s_X = 5$ .

Пусть  $Y_1, Y_2, Y_3$  – независимая выборка размера 3 из нормального распределения  $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ,  $\mu_Y = 0$  и  $\sum_{i=1}^3 (Y_i^2) = 84$ .

- 1) При 10% уровне значимости проверьте нулевую гипотезу о том, что дисперсии распределения одинаковы.
- 2) Найдите 90% доверительный интервал для дисперсии  $\sigma_X^2$

## 6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины

### Литература

1. Hogg R.V., Tanis E.A., Zimmerman D. Probability and statistical inference, 9th edition. Pearson. 2014.
2. Шведов, А. С. Теория вероятностей и математическая статистика : промежуточный уровень : учебное пособие : [16+] / А. С. Шведов. – Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2017. – 281 с. – (Учебники Высшей школы экономики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=486562> (дата обращения: 20.06.2025). – Библиогр.: с. 275-276. – ISBN 978-5-7598-1301-9 (в пер.). – Текст : электронный.
3. Hogg, R. V. Introduction to Mathematical Statistics / Robert V. Hogg , Joeseeph McKean, Allen T. Craig. - 7th ed, Pearson New International Edition. - USA : Pearson Education Limited, 2014. - 652 p. - ISBN 978-1292024998
4. Stock, J. H. Introduction to Econometrics / James H. Stock, Mark M. Watson. - 3rd Ed., updated, Global Ed. - England : Pearson Education Ltd., 2015.

### Ресурсное обеспечение:

Официальный сайт Министерства финансов РФ <http://www.minfin.ru/>  
 Официальный сайт Центрального Банка РФ <http://www.cbr.ru/>  
 Официальный сайт Росбизнесконсалтинга <http://www.rbc.ru/>  
 Официальный сайт Российской Коллегии аудиторов [www.rkanp.ru](http://www.rkanp.ru)  
 Справочно-образовательный сайт "Economicus"  
<http://www.economicus.ru/> Интернет-ресурс для проверки текстов на плагиат <https://plagiarism.org/> СПС «Консультант Плюс»  
<http://www.consultant.ru>

## 7. Материально – техническое и информационное обеспечение образовательного процесса по дисциплине

**Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа** – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, оборудованы компьютером, имеющим выход в интернет, видеопроекторным оборудованием для презентаций и учебных фильмов, средствами

звукоспроизведения, экраном, маркерной доской с маркерами, тематическим набором слайдов, соответствующим рабочей программе дисциплины.

**Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, а также для групповых и индивидуальных консультаций, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации** – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, мультимедийным оборудованием, а также техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, маркерной доской с маркерами.

**Помещение для самостоятельной работы** – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

**Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования** – укомплектовано специализированной мебелью для хранения оборудования и техническими средствами для его обслуживания.

#### **Необходимое программное обеспечение:**

Операционная система: Windows 7, Windows 10

Офисные программы: Microsoft Office, Libre Office, Google Docs

Чтение PDF: Adobe Acrobat

Интернет-браузеры: Mozilla Firefox, Google Chrome, Internet Explorer, Opera

Антивирусные программы: Kaspersky Endpoint Security

Программы переводчики: Google translate, Yandex translate

Архиваторы: 7-zip

### **8. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В соответствии с Методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием

средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.