

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Суворов Антон Дмитриевич

Должность: Профессор

Дата подписания: 08.10.2026 14:01:42

Уникальный программный ключ:

a39bdb15d680d3b0adbfcaaf1414301b0

**ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет»**  
**«Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Случайные процессы»**

ID SmartPlan: 1133939

Москва, 2026

# Характеристика программы

|                           |                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Реализующий департамент   | департамент статистики и анализа данных                                                                                                                                                         |
| Образовательные программы | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Совместная программа по экономике НИУ ВШЭ и РЭШ</li> <li>• Экономика</li> <li>• Экономика и анализ данных</li> <li>• Экономика и статистика</li> </ul> |
| Период реализации         | 1 модуль 2026/2027 -<br>2 модуль 2026/2027                                                                                                                                                      |
| Язык                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Русский</li> </ul>                                                                                                                                     |
| Охват аудитории           | для своего кампуса                                                                                                                                                                              |
| Объем дисциплины          | 6.0 кр., 228 ч. (56 контактной работы, их них; 56 ч. лекций, 20 ч. онлайн-часы, 152 ч. самостоятельная работа)                                                                                  |
| Онлайн курс               | —                                                                                                                                                                                               |
| Технологии реализации     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Лекции: офлайн занятия, использование готового курса МООС</li> </ul>                                                                                   |
| Авторы                    | Панов Владимир Александрович,<br>Сиротин Вячеслав Павлович                                                                                                                                      |

## **Аннотация**

The course on stochastic processes is aimed at students who are familiar with the basics of probability theory and who want to learn the basic concepts, theoretical facts and practical methods of working with random variables changing over time. Such quantities arise naturally in many applied fields while trying to describe objects whose behavior is influenced by a large number of factors that cannot be described by deterministic functions. The main objectives of the course are to introduce students to the most important types of random processes (Gaussian and Markov processes, Brownian motion, renewal processes, etc.) and mastering the basic methods of analysis and modeling of stochastic processes.

## **Цели освоения**

- The purpose of this course is to equip students with theoretical knowledge and practical skills, which are necessary for the analysis of stochastic dynamical systems in economics, engineering and other fields. More precisely, the objectives are 1. study of the basic concepts of the theory of stochastic processes; 2. introduction of the most important types of stochastic processes; 3. study of various properties and characteristics of processes; 4. study of the methods for describing and analyzing complex stochastic models.

## **Планируемые результаты**

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes Know the most important examples of stochastic processes and their properties Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

## Разделы дисциплины

- **Название:** The renewal process

**Часы:** лекции: 6 ч., самостоятельная работа: 18 ч., онлайн: 3 ч.

**Описание:** Definition and main properties of the renewal processes. Relation between renewal and counting processes. The renewal equation. Limit theorems for the renewal processes.

---

- **Название:** Markov chain

**Часы:** лекции: 8 ч., самостоятельная работа: 24 ч., онлайн: 3 ч.

**Описание:** Markov property. Graphical and matrix presentation of the Markov chains. Properties of the states: transience, recurrence, periods of a state. Equivalence classes on the space of states. Ergodic theorem.

---

- **Название:** Poisson process

**Часы:** лекции: 8 ч., самостоятельная работа: 24 ч., онлайн: 3 ч.

**Описание:** Poisson process as an example of a renewal process. Memoryless property. Equivalent definitions of a Poisson process. Distribution properties.

---

- **Название:** Gaussian process

**Часы:** лекции: 8 ч., самостоятельная работа: 24 ч., онлайн: 3 ч.

**Описание:** Gaussian vectors and processes. Covariance function of a Gaussian process. Brownian motion. Distributional properties and limit theorems for a Brownian motion. Reflection principle. Elements of the extreme value theory for Gaussian processes

---

- **Название:** Stationarity. Linear filter

**Часы:** лекции: 6 ч., самостоятельная работа: 12 ч., онлайн: 2 ч.

**Описание:** Two types of stationarity. Examples from econometrics: moving average and autoregressive models. Spectral density. Properties of linear filters

---

- **Название:** Ergodicity, continuity and differentiability

**Часы:** лекции: 6 ч., самостоятельная работа: 14 ч., онлайн: 2 ч.

**Описание:** The notion of ergodicity for processes in discrete and continuous time. Different types of continuity: stochastically continuous processes and processes with continuous trajectories.

---

- **Название:** Stochastic integration and Ito formula

**Часы:** лекции: 8 ч., самостоятельная работа: 24 ч., онлайн: 2 ч.

**Описание:** Four types of stochastic integrals. Wiener integrals. Isometry and other properties of stochastic integrals. Martingales. Ito processes. Ito formula and its applications to integration and stochastic modelling

---

- **Название:** The Levy Processes

**Часы:** лекции: 6 ч., самостоятельная работа: 12 ч., онлайн: 2 ч.

**Описание:** Definition of the Levy processes. Infinitely divisible distributions and their relation to the Levy processes. Leve-Kchintine formula. Subclasses of Levy processes. Stochastic time change.

---

# Система оценивания

## Промежуточная аттестация (2026/2027 учебный год 2 модуль)

Формула оценивания: Контрольная работа1: Контрольная работа \* 0.250 + Домашние задания: Домашнее задание \* 0.100 + Экзамен: Контрольная работа \* 0.150 + Контрольная работа2: Контрольная работа \* 0.250 + Домашние задания: Домашнее задание \* 0.100 + Экзамен: Контрольная работа \* 0.150

Правила пересдачи: Пересдача по правилам основного экзамена

- Контрольная работа1: Контрольная работа

Коэффициент: 0.250

Проводится:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль

Учебный период, Оффлайн

Оценивается:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль

Критерии оценивания: 4 задачи по материалам занятий

Проверяет планируемые результаты обучения:

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes  
Know the most important examples of stochastic processes and their properties Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

- Домашние задания: Домашнее задание

Коэффициент: 0.100

Проводится:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль
- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Учебный период, Оффлайн

Оценивается:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль

Критерии оценивания: 10 домашних заданий по всем пройденным темам

Проверяет планируемые результаты обучения:

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes  
Know the most important examples of stochastic processes and their properties Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

- Экзамен: Контрольная работа

Коэффициент: 0.150

Проводится:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль
- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Учебный период, Оффлайн

Оценивается:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль

Критерии оценивания: Ответить на 6 вопросов из заранее известного списка. Один правильный ответ = 2 балла. Если студент набрал более 10 баллов, ставится оценка 10

Проверяет планируемые результаты обучения:

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes  
Know the most important examples of stochastic processes and their properties Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

- Контрольная работа2: Контрольная работа

Коэффициент: 0.250

Проводится:

- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Учебный период, Оффлайн

Оценивается:

- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Критерии оценивания: 4 задачи по пройденным темам

Проверяет планируемые результаты обучения:

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes  
Know the most important examples of stochastic processes and their properties  
Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

- Домашние задания: Домашнее задание

Коэффициент: 0.100

Проводится:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль
- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Учебный период, Оффлайн

Оценивается:

- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Критерии оценивания: 10 домашних заданий по всем пройденным темам

Проверяет планируемые результаты обучения:

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes  
Know the most important examples of stochastic processes and their properties  
Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

- Экзамен: Контрольная работа

Коэффициент: 0.150

Проводится:

- 2026/2027 учебный год 1 модуль
- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Учебный период, Оффлайн

Оценивается:

- 2026/2027 учебный год 2 модуль

Критерии оценивания: Ответить на 6 вопросов из заранее известного списка. Один правильный ответ = 2 балла. Если студент набрал более 10 баллов, ставится оценка 10

Проверяет планируемые результаты обучения:

- Know the basic concepts of the theory of stochastic processes  
Know the most important examples of stochastic processes and their properties  
Be able to apply methods of description and analysis of stochastic models in specific problems.

### **Итоговая оценка**

Формула оценивания: Итоговая оценка рассчитывается по формуле промежуточной аттестации за 2026/2027 учебный год 2 модуль

# **Литература**

## **Основные электронные ресурсы**

1. Oliver Knill. (2009). Probability and Stochastic Processes with Applications. Retrieved from <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&site=eds-live&db=edsbas&AN=edsbas.286BE5CF>

## **Дополнительные электронные ресурсы**

1. Robert M. Gray, Elizabeth Dubois, Jordan Gray, R. Adm, Augustine Heard Gray, & Sara Jean Dubois. (2001). Probability, Random Processes, and Ergodic Properties. Retrieved from <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&site=eds-live&db=edsbas&AN=edsbas.B2CBEC5E>

## Программное обеспечение

| Наименование     | Характеристика |
|------------------|----------------|
| Яндекс.Документы | Офисное ПО     |

# **Материально-техническое обеспечение**

## **Тип аудиторий**

- Лекционные

## **Оснащение аудиторий**

- Персональный компьютер
- Набор демонстрационного оборудования - Может включать в себя: мультимедийный проектор, проекционный экран, интерактивная доска, видео панель, интерактивная видео панель, презентационный ноутбук и другие средства демонстрации учебного контента. Допускается использование для проведения занятий переносного набора демонстрационного оборудования.
- Доска
- Экран
- Специализированная мебель - Доска, столы или парты, стулья.
- Наличие беспроводного доступа в Интернет по сети Wi-Fi

## **Особенности организации дисциплины**

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

Обучение по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся. Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В случае необходимости (по заявлению обучающегося) создаются специальные условия для получения им высшего образования по образовательным программам.

Под специальными условиями для получения высшего образования по образовательным программам обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких обучающихся, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания организаций и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

При получении высшего образования по образовательным программам обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются бесплатно специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам лицами с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается:

1. Для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта организации в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" для слабовидящих;
- размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме (с учетом их особых потребностей) справочной информации о расписании учебных занятий (информация должна быть выполнена крупным рельефно-контрастным шрифтом (на белом или желтом фоне) и продублирована шрифтом Брайля);
- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;
- обеспечение выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);
- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию организации;

2. Для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- дублирование звуковой справочной информации о расписании учебных занятий визуальной (установка мониторов с возможностью трансляции субтитров (мониторы, их размеры и количество необходимо определять с учетом размеров помещения));
- обеспечение надлежащими звуковыми и визуальными средствами воспроизведения информации;

3. Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов, лифтов, локальное понижение стоек-барьеров, наличие специальных кресел и других приспособлений).

# Утверждение

## Образовательная программа: Экономика

**Рожкова Ксения Викторовна**

Академический руководитель

Протокол: 2.09-12.12/240826-2 от 2026-08-24

Утверждено академическим  
руководителем ОП

## Образовательная программа: Совместная программа по экономике НИУ ВШЭ и РЭШ

**Степанов Сергей Сергеевич**

Академический руководитель

Протокол: 2.09-12.14/200826-1 от 2026-08-20

Утверждено академическим  
руководителем ОП

## Образовательная программа: Экономика и статистика

**Сиротин Вячеслав Павлович**

Академический руководитель

Протокол: 2.09-12.13/150626-2 от 2026-06-15

Утверждено академическим  
руководителем ОП

## Образовательная программа: Экономика и анализ данных

**Егорова Людмила Геннадьевна**

Академический руководитель

Протокол: 2.09-12.15/210826-2 от 2026-08-21

Утверждено академическим  
руководителем ОП