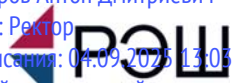


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Суворов Антон Дмитриевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 04.09.2025 13:03:38  
Уникальный программный ключ:  
a39bdb15d680d3b0adbfc0af5c1efb14747dc0



Негосударственное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ  
ШКОЛА»  
(институт)

УТВЕРЖДАЮ  
ректор А.Д. Суворов

«01» сентября 2025 г.

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ - 2**

НАУЧНАЯ  
СПЕЦИАЛЬНОСТЬ

5.2.4 Финансы

УРОВЕНЬ ОБРАЗОВАНИЯ

АСПИРАНТУРА

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

ОЧНАЯ

Москва  
2025

Рабочая программа дисциплины устанавливает минимальные требования к результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий, форм и средств отчетности и контроля.

Программа является элементом образовательных программ аспирантуры по научной специальности:

5.2.4 Финансы

**Автор:**

Профессор департамента экономики, PhD in  
Economics

О. Эврен

---

*(должность на кафедре, ученая степень, ученое звание)*

*(И.О.Фамилия)*

Рабочая программа одобрена и рекомендована к утверждению на заседании Совета Аспирантуры.

Протокол № 15/25 от 30.08.2025

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса – расширить и углубить знания, полученные в рамках курса Математика для экономистов-1. Данный курс дает студентам математические инструменты, необходимые для понимания, решения и разработки современных экономических моделей, которые имеют дело с рациональными агентами, действующими в динамичной среде. Основная часть курса уделяется изучению принципа динамического программирования и его применения на практике.

## 2. Планируемые результаты обучения

Результатом освоения основной профессиональной образовательной программы является овладение студентами научно-исследовательским, проектно-экономическим, аналитическим, организационно-управленческим видами профессиональной деятельности, в том числе универсальными, общепрофессиональными и профессиональными компетенциями.

В результате освоения дисциплины выпускник должен:

**знать** принцип динамического программирования; основные математические инструменты, необходимые для решения экономических задач; дифференциальное и интегральное исчисление, их приложения, формулы и теоремы о неопределенном, определенном, несобственном интегралах; теоремы и формулы для числовых и функциональных рядов.

**уметь** решать задачи с помощью принципа динамического программирования; вычислять производные функций одной и нескольких переменных, применять их к исследованию функций; вычислять неопределенные, определенные, несобственные интегралы; применять их к нахождению площадей; решать дифференциальные уравнения; применять методы математического анализа для решения экономических задач; осуществлять выбор инструментальных средств для обработки данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

**владеть** навыками применения методов математического анализа для решения прикладных экономических задач; навыками динамического программирования; методикой построения, анализа и применения математических моделей в экономических процессах.

## Содержание и структура учебной дисциплины

	Название раздела дисциплины	Трудоемкость (зачетные единицы)	Трудоемкость (академ. часы)				Самостоятельная работа
			Общая	Контактная работа преподавателя с обучающимися			
				Лекции	Семинары	Лаб. раб. и/или др. виды	
1.	Оптимизация в дискретном времени на бесконечных горизонтах с помощью функции Лагранжа.		14	4	2		8
2.	Конечные множества управления и принцип однократного отклонения. Применения в теории игр.		14	4	2		9
3.	Динамическое программирование. Существование решения уравнения Беллмана и его свойства. Динамическое программирование в условиях неопределённости.		14	4	2		8
4.	Элементы теории Марковских процессов.		14	4	2		8
5.	Проблемы оптимизации в макроэкономике и оценке активов.		15	4	2		8
6.	Проблемы оптимизации при поиске и сопоставлении.		14	4	2		8
7.	Оптимальное управление в непрерывном времени. Принцип максимума Понтрягина.		14	4	2		8
	Форма промежуточной аттестации - экзамен		9				
	<b>ИТОГО</b>	<b>3</b>	<b>108</b>	<b>28</b>	<b>14</b>		<b>57</b>

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

На первой лекции обучающимся объявляются условия и требования к освоению дисциплины в соответствии с изложенными в РПД. Обучающимся рекомендуется в рамках каждой темы ознакомиться с предложенной основной литературой, выполнить письменно домашние задания для проверки усвоения материала.

Существенную часть самостоятельной работы обучающихся составляет самостоятельное изучение учебных и научных изданий, лекционных

конспектов, рекомендованной основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов и пр.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся разработаны «Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся», в которых описан порядок работы с научной литературой, даны рекомендации по написанию рефератов, эссе, конспектов, рецензий, аннотаций, решению кейсов и т.п.

## **5. Формы контроля и фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине**

### **5.1 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине предусмотрена в форме экзамена. Экзаменационные задания формируются на основе материалов дисциплины и/или по типу домашних заданий.

### **5.2 Текущий контроль успеваемости обучающихся**

Текущий контроль успеваемости обучающихся формируется на основе выполнения домашних заданий.

### **5.3 Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих формирование компетенций.**

Формирование оценки промежуточной аттестации

	<i>Математика для экономистов – 2</i>	
	Midterm	Финальный экзамен
Вес (%)	15	85
Количество	5	1

Домашние задания: несколько (не более 5) письменных домашних заданий. Сдача домашнего задания позднее установленного срока приводит к существенному снижению оценки. Общая оценка за домашние задания есть сумма оценок за каждое задание, деленная на количество домашних заданий. Финальный экзамен проходит в письменной форме в формате open-book и состоит из нескольких теоретических вопросов и нескольких задач, на которые студентам нужно дать письменный развернутый ответ со всеми необходимыми для решения задач вычислениями и построениями.

*Краткие методические рекомендации по подготовке к экзамену:*

Подготовка к экзамену и его результативность требует умения оптимально организовывать свое время. Идеально, если студент познакомился с основными представлениями и понятиями курса в аудиторном процессе изучения дисциплины. Тогда подготовка к зачету по контрольным вопросам позволит систематизировать материал и глубже его усвоить.

Работу лучше начинать с распределения предложенных контрольных вопросов по разделам и темам курса.

Затем необходимо изучить рекомендованные теоретические источники (конспект лекций, учебники, монографии, слайды к лекциям).

При изучении материала следует выделять основные понятия и определения, можно их законспектировать. Выделение опорных понятий дает возможность систематизировать представления по дисциплине и, соответственно, результативнее подготовиться к экзамену.

Экзамен проводится в письменной форме, в результате которого студент должен решить поставленную задачу и аргументировать правильность решения. Успешный ответ на экзаменационный вопрос предполагает процесс продумывания логики изложения материала.

#### **5.4. Методические материалы по процедуре оценивания**

Оценка работы обучающихся производится, исходя из общей суммы баллов, набранных в течение курса. Для оценивания уровня освоения материала по дисциплине используется следующая шкала оценок:

- 1) Домашние задания 15%
- 2) Финальный экзамен 85%.

Для успешного прохождения курса необходимо набрать на экзамене не менее 20 баллов.

$$\text{Орез} = 0.15 * \text{Одз} + 0.85 * \text{Оэкз}$$

**При оценке знаний на письменном экзамене учитывается:**

1. Уровень владения теоретической базой дисциплины, правильность формулировки основных понятий и понимания закономерностей при решении задач.
2. Умение решить поставленные задачи за ограниченный промежуток времени.
3. Логика, структура и грамотность письменного изложения решения задачи.
4. Умение обосновать практические результаты с помощью теории и подтвердить теорию с помощью проведения практических исследований и необходимых вычислений.
5. Умение делать обобщения и выводы относительно практических результатов и научной литературы, предложенной к прочтению.

Для получения оценки **«отлично»** студент должен:

- продемонстрировать свободное владение программным материалом;
- уметь грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- правильно формулировать определения при использовании их в решении задач и ответе на теоретические вопросы;
- продемонстрировать умения самостоятельной работы с научной литературой и необходимым программным обеспечением;
- уметь решить поставленные задачи и сделать обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«хорошо»** студент должен:

- продемонстрировать достаточно свободное владение программным материалом;
- уметь достаточно грамотно пользоваться теоретическим материалом при решении задач;
- продемонстрировать знание основных теоретических понятий и определений дисциплины при решении задач;
- продемонстрировать умение ориентироваться в научной литературе и необходимом программном обеспечении;
- уметь решить значительную часть задач и сделать достаточно обоснованные и убедительные выводы на основе полученных результатов.

Для получения оценки **«удовлетворительно»** студент должен:

- продемонстрировать общее знание программного материала;
- уметь воспользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- продемонстрировать общее владение понятийным аппаратом дисциплины для понимания процессов, происходящих в задачах;
- знать основную рекомендуемую программой научную литературу и владеть азами работы с необходимым программным обеспечением;
- уметь решать значительную часть задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится в случае:

- незнания значительной части программного материала;
- неумения пользоваться теоретическими основами пройденного материала при решении задач;
- непонимания происходящих в задачах процессов;
- незнания требуемой научной литературы и неумения работать с необходимым программным обеспечением;
- неумения решать значительную часть поставленных задач.

## 5.5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости обучающихся формируется из типовых контрольных заданий к экзамену и домашних заданий.

### Пример типовых задач из тех, которые могут встретиться в домашнем задании или на экзамене

**Задача 1.** В далеком королевстве принцесса собирается выйти замуж. Имеется  $NN$  кандидатов, намеревающихся жениться на ней, и они прибывают строго по одному в день. В каждый день  $tt$  принцесса узнает качество  $x_t x_t$  кандидата, прибывшего в этот день, и имеет четыре варианта действий:

- она может сразу выйти за вновь прибывшего кандидата,
- она может принять предложение текущего кандидата (при этом отказываясь от предыдущего предложения, если таковое было принято),
- она может забыть о текущем кандидате и выйти замуж за того, чье предложение она приняла ранее,
- она может перейти к следующему периоду.

Естественно, принцесса не может быть помолвлена с более чем одним кандидатом в любой момент времени. Качество каждого кандидата есть случайная величина, принимающая три значения  $0 < b < a < g$  с вероятностями  $pbpb$ ,  $папа$  и  $пгпг$  соответственно. Случайные величины качества кандидатов независимы и одинаково распределены во все моменты времени.

Если принцесса выходит за кандидата качества  $x$  в момент времени  $tt$ , то в этот момент времени она получает полезность в размере  $xx$  и игра заканчивается. До (или после) момента женитьбы она получает нулевую полезность (и так же ее полезность равна нулю, если она никогда не женится). В любой момент времени принцесса оценивает свою полезность как дисконтированную ожидаемую полезность с коэффициентом дисконтирования  $\beta\beta$ .

(a) Запишите задачу в рекурсивном виде (уравнение Беллмана). Будьте внимательны и учтите все детали в процессе определения вашей функции Беллмана – неточности и опущения будут штрафоваться.

(b) Теперь предположим, что  $x_t x_t$  может принимать значение 1 с вероятностью 40%, 5 с вероятностью 40% и 10 с вероятностью 20%, а  $\beta = 0.75\beta = 0.75$ . Найдите оптимальную стратегию принцессы.

**Задача 2.** Рассмотрим безработного, который каждый период может найти два независимых и одинаково распределенных предложения по зарплате из вероятностного распределения с функцией распределения кумулятивной вероятности  $F(w)$ . Работник будет работать всю жизнь с одной и той же зарплатой, как только примет какое-то из предложений. В случае, если человек

не работает, он получает компенсацию  $cc$ . Работник выбирает решающее правило, чтобы максимизировать функцию  $\mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$   $\mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$ , где  $y_t = w y_t = w$  или  $y_t = c y_t = c$ , в зависимости от того, работает он или нет.

- Определите переменную состояния.
- Сформулируйте уравнение Беллмана для задачи рабочего.
- Докажите, что резервная заработная плата работника выше, чем она могла бы быть если бы у рабочего был выбор между той же компенсацией  $cc$  и если бы он получал бы только одно предложение из распределения  $F(w)$   $F(w)$  каждый период.

**Задача 3.** В стране А три времени года: весна, лето и осень. ВВП страны изменяется циклически: оно равно  $y_s y_s$  весной,  $y_m y_m$  летом и  $y_a y_a$  осенью.

Доход государства составляет фиксированную долю  $gg$  от ВВП.

Государство максимизирует  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$   $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$ , где  $c_t c_t$  – это государственные расходы на момент времени (пара год, время года)  $tt$ ,  $\beta \beta$  – это коэффициент дисконтирования и  $u(x) u(x)$  – это функция полезности (возрастающая и вогнутая).

Государство также может выпускать бонды (одаживать) или инвестировать средства в мировой рынок под процентную ставку (сезонную)  $R = 1/\beta$   $R = 1/\beta$ . На начальный момент времени долг государства составляет  $BB$ .

- Выпишите оптимизационную задачу государства.
- Предложите и обоснуйте условие, которое вы хотите наложить на размер государственного долга в бесконечности.
- Решите задачу. Предъявите подробное объяснение того, почему ваше решение действительно максимизирует целевую функцию государства по сравнению со всеми другими возможными путями, удовлетворяющими условиям первого порядка.

## 6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины

### Литература

- Sundaram R.K., A First Course in Optimization Theory, 11th printing, Cambridge University Press, 2007.
- Ljungqvist L., Sargent J., Recursive Macroeconomic Theory, 3rd ed., The MIT Press, 2012.
- Беленький В. З. Оптимальное управление: принципы максимума и динамическое программирование. - М. : РЭШ, 2001.
- Сотсков А.И., Колесник Г.В. Оптимальное управление в примерах и задачах. – М.: РЭШ, 2002

## Ресурсное обеспечение:

Официальный сайт Министерства финансов РФ <http://www.minfin.ru/>

Официальный сайт Центрального Банка РФ <http://www.cbr.ru/>

Официальный сайт Росбизнесконсалтинга <http://www.rbc.ru/>

Официальный сайт Российской Коллегии аудиторов [www.rkanp.ru](http://www.rkanp.ru)

Справочно-образовательный сайт "Economicus" <http://www.economicus.ru/>

Интернет-ресурс для проверки текстов на плагиат <https://plagiarism.org/>

СПС «Консультант Плюс» <http://www.consultant.ru>

## **7. Материально – техническое и информационное обеспечение образовательного процесса по дисциплине**

**Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа** – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, оборудованы компьютером, имеющим выход в интернет, видеопроекционным оборудованием для презентаций и учебных фильмов, средствами звуковоспроизведения, экраном, маркерной доской с маркерами, тематическим набором слайдов, соответствующим рабочей программе дисциплины.

**Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, а также для групповых и индивидуальных консультаций, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации** – укомплектованы специализированной (учебной) мебелью, мультимедийным оборудованием, а также техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, маркерной доской с маркерами.

**Помещение для самостоятельной работы** – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

**Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования** – укомплектовано специализированной мебелью для хранения оборудования и техническими средствами для его обслуживания.

**Необходимое программное обеспечение:**

Операционная система: Windows 7, Windows 10

Офисные программы: Microsoft Office, Libre Office, Google Docs

Чтение PDF: Adobe Acrobat

Интернет-браузеры: Mozilla Firefox, Google Chrome, Internet Explorer, Opera

Антивирусные программы: Kaspersky Endpoint Security

Программы переводчики: Google translate, Yandex translate

Архиваторы: 7-zip

**8. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В соответствии с Методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производится с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);

- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);

- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.