

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Суворов Антон Дмитриевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 13.06.2025 20:30:47
Уникальный программный ключ:
a39bdb15d680d5b0adb1ced0af5e1efb14747dc0

Сколковский институт науки и технологий (Сколтех)

Рабочая программа
дисциплины

Вычислительная линейная алгебра

Преподаватель

Оселедец Иван Валерьевич, кандидат физико-математических наук, профессор

Аннотация

Численная линейная алгебра составляет основу всей современной вычислительной математики. Невозможно разработать новые крупномасштабные алгоритмы и даже использовать существующие, не зная об этом.

В этом курсе я покажу, как методы и алгоритмы численной линейной алгебры используются для решения практических задач. Матричные разложения играют ключевую роль в численной линейной алгебре. Мы подробно изучим различные матричные разложения: что это такое, как их эффективно и надежно вычислять и, самое главное, как они применяются для решения линейных систем, задач на собственные значения и приложений для анализа данных. Для решения крупномасштабных задач будут описаны итеративные методы. Я постараюсь осветить последние разработки, если это имеет отношение к текущей лекции.

Этот курс должен послужить основой для других курсов Сколтеха по ИТ. Он также впервые станет местом, где последовательно внедряются среда программирования и инфраструктура.

1. Основная информация

Академический уровень курса	Магистратура
Количество кредитов	6

Предварительные требования к курсу / рекомендации

Основы математического анализа, базовые знания линейной алгебры. Задания будут касаться компьютерного программирования. Основным языком будет Python, а задания будут распространяться в виде записных книжек на IPython. Мы проведем несколько лекций, посвященных техническим деталям экосистемы Python (синтаксис, построение графиков, базовые библиотеки, совместное использование кода).

Тип оценки - дифференцированная

Отображение оценок в процентах

A:	86
B:	76
C:	66
D:	56
E:	46
F:	0

Вид задания	Вес активности, %
Промежуточный экзамен	20
Домашнее задание	40
Финальный экзамен	20
Финальный проект	20

2. Содержание курса

Тема	Краткое содержание	Лекции (час)	Семинары (час)	Лабораторные занятия (час)
Примеры применения	Примеры применения численной линейной алгебры. Сюда входят приложения для анализа данных (такие как PCA и ICA или рекомендательные системы) и численные PDE.	1		
Основные понятия курса	Напомним основные понятия, которые лежат в основе числовой линейной алгебры: векторные и матричные нормы, скалярное произведение, числовая сложность алгоритмов, представление числовых значений в компьютере, числовая стабильность. Основное программное обеспечение NLA: BLAS, LAPACK, MKL.	2	4	
Сингулярная декомпозиция (SVD) и связанные с ней темы	SVD, доказательство существования SVD, теорема Экарта-Янга и ключевые свойства. Темы, связанные с SVD, такие как ранговая и структурная декомпозиция. Приложения SVD: анализ главных компонент, рекомендательные системы, word2vec, интегральные уравнения.	1	4	
Матричные разложения	LU-разложение и его связь с устранением Гаусса, разложением Холецкого. QR-разложение, вращения Гивенса и отражения Хаусхолдера. Разложения по Шуру и собственным значениям. Применение матричных разложений для решения линейных систем среднего масштаба и задач на собственные значения	1	4	
Наименьшие квадраты	Задача наименьших квадратов. Псевдообратная Мура-Пенроуза. Плохо управляемые системы. Методы регуляризации.	1	2	

Итерационные методы для крупномасштабных задач с разреженными собственными значениями	Разреженные матрицы и основные разреженные форматы. Метод Power и применение Page Rank. Подпространство Крылова. Методы Арнольди и Ланко. Метод Якоби-Дэвидсона.	1	4	
Итерационные методы для крупномасштабных линейных систем	Итерационные методы Ричардсона и Чебышева. Методы типа Крылова: сопряженный градиент (CG), minres, GMRES, bicgstab. Основы их теории сходимости.	1	4	
Структурированные матрицы	Быстрое преобразование Фурье (БПФ). Теплиц и циркулянтные матрицы. Теорема о дискретной свертке. Применение свертки в обработке сигналов и изображений.	1	4	
Матричные функции	Общее определение матричных функций. Матричная экспонента и ее приложения. Матричная экспонента с использованием алгоритма Шура-Парлетта, аппроксимации Паде, рациональных методов Крылова.	1	2	
Продвинутые темы	Вейвлеты и сжатое зондирование.	1		

3. Результаты обучения

Знания
Знать применение инструментов численной линейной алгебры в анализе данных и численных PDE Определить, какие инструменты линейной алгебры подходят для конкретного применения

Навыки
Решайте численные задачи линейной алгебры среднего масштаба (решайте линейные системы, вычисляйте собственные значения и векторы), используя матричные разложения на множители Решайте численные задачи линейной алгебры большого масштаба итерационными методами

Опыт
Используйте научные инструменты на Python (включая numpy, scipy, pandas, scikit-learn, matplotlib).

4. Учебники и интернет-ресурсы

Необходимые учебники	ISBN-13 (or ISBN-10)
Demmel, James W. Applied numerical linear algebra. Siam, 1997.	978-0898713893
Tyrtyshnikov, Eugene E. A brief introduction to numerical analysis. Springer Science & Business Media, 2012.	9781461264132