

# РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

## ИЗБРАННЫЕ ПРОБЛЕМЫ В ТЕОРИИ ДЕНЕГ\*

Алексей Девятов\*

16 апреля, 2002

### Абстракт

Целью данного проекта является изучение динамики в моделях денег со случайными встречами с тем, чтобы получить ответы на ряд вопросов в теории денег. В этом эссе я описываю динамику в простой версии модели Трехоса и Райта [1995] и показываю как эта модель может быть использована для исследования четырех различных проблем: возникновения денег, нефундаментальной неопределенности обменных курсов, накопления капитала в моделях со случайными встречами и роли денег в теневой экономике.

---

\* Я признателен Нилу Уоллесу за ценные замечания о предыдущей версии. Я также благодарен Лоренсу Сантуччи за продуктивное обсуждение отдельных деталей. Я признаю за собой полную ответственность за все имеющиеся ошибки.

\* Адрес: 608 Kern Graduate building, Department of Economics, The Pennsylvania State University, University Park, PA 16802. Электронная почта: Deviatov@psu.edu.

## 1. УВЕРТЮРА

Это проект, в котором мы рассмотрим ряд практических проблем в теории денег. Затрагиваемые проблемы достаточно различны по своей постановке, но все они будут рассмотрены исходя из общих принципов. Основной моделью, с которой мы будем работать, является модель Трехоса и Райта [28] и Ши [26]. Эта модель опирается на недостаток двойных совпадений желаний, отсутствие мониторинга прошлых действий агентов и неопределенность относительно возможностей производства и потребления. Все эти свойства необходимы для обеспечения функции денег как средства обмена или, иными словами, для создания микроэкономических основ денег.

Базовая модель может быть использована как для изучения положений равновесия, так и для изучения динамических равновесий (что делает ее особенно привлекательной), однако положения равновесия, в которых деньги имеют ценность, являются неустойчивыми в ожиданиях. Это, помимо всего прочего, означает, что возникновение монетарного обмена не может быть объяснено в случае полностью рациональных агентов. Таким образом, одной из наших целей является изучение **динамики цен и возникновения денег** при предположении ограниченной (вместо полной) рациональности. Это может быть выполнено при помощи использования системы классификаторов в качестве модели искусственного интеллекта и генетического алгоритма в качестве инструмента познания.

Динамика в модели с рациональными ожиданиями может быть использована для объяснения почему обменные курсы могут вести себя хаотическим образом даже если фундаментальные переменные остаются неизменными. В модели с двумя различными видами бумажных денег, в которой нет капитала, изучение динамических равновесий почти наверняка приведет к подобному рода **нефундаментальной неопределенности обменных курсов**. В случае добавления переменной “пятен на солнце”, эта неопределенность будет порождать нестационарные случайные процессы эволюции обменных курсов, подобные тем, которые можно увидеть при рассмотрении реальных данных. Кроме того, модель может быть использована для сравнения режимов фиксированного и плавающего обменных курсов.

Неопределенность обменных курсов сравнительно легко получить в модели, где вся динамика сводится к динамике ожиданий, т.е. где нет осязаемой переменной состояния. Более реалистичной является модель, в которой присутствует накопление капитала, как и в большинстве макроэкономических моделей. Важным является понимание того, как наличие капитала влияет на неопределенность обменных курсов.

Интуитивно ясно, что неопределенность уменьшится, в то время как совершенно неизвестно, исчезнет ли она совсем. Децентрализованное **накопление капитала в модели со случайными встречами** – это задача, которая должна быть рассмотрена прежде, чем какой-либо дальнейший прогресс в этой области станет возможен. Основным затруднением здесь является наличие эндогенного распределения капитала. Для того чтобы сделать это распределение удобным в обращении, необходимо прибегнуть к использованию той или иной версии модели Лагоса и Райта [18], где проблема обходится при помощи торговли на централизованных рынках наряду с торговлей в парах.

Роль мониторинга как технологии обмена предпочтительной деньгам была недавно подчеркнута в ряде статей. Однако, наличность может оставаться предпочтительным средством платежа в теневой экономике, поскольку ее использование не приводит к раскрытию предмета сделок и не выдает личной информации об участниках торга. В модели, где определенный вид сделок несет с собой наказание в том случае, если о сделке становится известно, общество может оказаться расколотым на две части, где одна группа будет использовать мониторинг и деньги, а вторая группа только деньги в качестве средств платежа. Обстоятельства, приводящие к такому делению, могут быть изучены в **модели денег в теневой экономике**.

Эти проблемы составляют круг вопросов, которые будут затронуты в настоящем проекте. Все они могут быть изучены аналитически или при помощи численных методов и, кроме того, возможно изучение различных спецификаций базовых моделей. Студентам предлагается выбор проблем, спецификаций и методов. Создание команды, работающей с различным набором предположений, представляется наиболее привлекательным, поскольку предположения зачастую предопределяют результаты, и рассмотрение альтернативных допущений помогает сделать заключение об общности основных выводов. Ниже я даю более подробное введение в предмет и привожу описание индивидуальных проектов. Добро пожаловать в мир монетарной экономики.

## **2. ВВЕДЕНИЕ**

В последнее время был достигнут значительный прогресс в изучении проблем монетарной теории в моделях с микроэкономическими основами денег. Несмотря на то, что эти модели весьма различны и часто опираются на разные понятия равновесия, можно выделить три наиболее важных черты, которые присущи всем этим моделям нового поколения. Это *идио-*

*синкратическая неопределенность, неполный мониторинг* предыдущих действий индивидуумов, и *торговля посредством малых групп* агентов – существенное отклонение от полных рынков Арроу-Дебрю.

Все эти три качества необходимы для того, чтобы деньги были существенны (здесь под понятием “существенный” я подразумеваю то, что деньги необходимы для достижения аллокаций, которые иначе не могут быть достигнуты). Идиосинкратическая неопределенность может принимать различные формы. В модели со случайными встречами Трехоса и Райта [28] и Ши [26] это неопределенность по отношению ко времени, в течение которого агент лишен возможности потреблять или производить. В модели Левина [20] и Кио, Левина и Вудфорда [12] неопределенность принимает форму случайных изменений в предпочтениях. В модели Имрохороглу [9] это неопределенность по отношению к доходам агентов. Неопределенность является источником неоднородности и не может быть хеджирована силами агентов, так что использование сторонних ценных бумаг – денег – предоставляет им дополнительную возможность страхования, и по этой причине деньги могут иметь ценность.

Неполный мониторинг прошлых действий агентов был недавно рассмотрен Кочерлакотой [16], который показал, что деньги являются несовершенным заменителем полного мониторинга. В нескольких словах это можно пояснить следующим образом. Допустим, что история торговли всех агентов является всеобщим знанием. Тогда, если деньги используются при обмене, построим абстрактную переменную состояния, которая полностью имитирует деньги, то есть принимает значения из того же множества что и деньги, изменяется в соответствии с тем же законом перехода и такова, что начальное распределение этой переменной совпадает с начальным распределением денег. В том случае, когда история торговли является всеобщим знанием, в каждом отдельно взятом торге эта переменная состояния является всеобщим знанием, и по этой причине ее значение не может быть сфальсифицировано. Тогда очевидно, что любая аллокация, которая может быть получена посредством использования денег и переменной состояния, может быть получена посредством использования только переменной состояния, и деньги несущественны. Поскольку практически в каждой модели пространство историй торговли гораздо больше пространства значений денежных средств, деньги помогают достичь гораздо более ограниченного множества аллокаций по сравнению с мониторингом, даже если знание историй торговли существенно меньше всеобщего.

То, что торговля посредством малых групп является необходимым условием того, чтобы деньги были существенны, восходит по крайней мере к проблеме недостатка двойных совпадений желаний, описанной

Джевонсом [10]. В отсутствие централизованных рынков может быть сложно найти человека, чей товар тебе нужен и, кроме того, кому нужен твой товар. Эта идея была формализована Киотаки и Райтом [15] и Трехосом и Райтом [28] и Ши [26], чьи предположения о предпочтениях, специализации и торговле в парах приводят только к односторонним совпадениям желаний. Таким образом, агенты не могут прибегать к бартеру, и любая торговля должна опираться на использование денег. Торговля посредством малых групп может принимать и другие формы нежели торговля в парах. В модели Левина [20] и Кио, Левина и Вудфорда [12] торговля посредством малых групп представляет собой торговлю на централизованных рынках в каждый отдельно взятый период, а в модели Лагоса и Райта [18] агенты в одно время могут торговать в парах, а в другое время, посещать централизованные рынки.

В настоящее время общепризнанно, что монетарные модели должны сочетать все три свойства, которые я обозначил выше. Соответственно, многие проблемы в теории денег были рассмотрены заново. Более впечатляющим является то, что некоторые из нерешенных проблем обрели решение. Тем не менее, многое еще предстоит сделать. Ниже я привожу описание модели, которая опирается на микроэкономические основы в вышеизложенном смысле и показываю как четыре существенно разных вопроса в монетарной теории могут быть изучены в контексте этой модели.

### 3. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Предположения, которые я здесь привожу, практически полностью совпадают с аналогичными предположениями в модели Трехоса и Райта [28] и Ши [26]. Время дискретно, и горизонт неограничен. В каждый день имеется  $N \geq 3$  бесконечно делимых скоропортящихся товаров и  $[0,1]$ -континуум каждого из  $N$  типов агентов. Агент типа  $n$  потребляет товар  $n$  и производит товар  $n+1$  (по модулю  $N$ ). Каждый агент максимизирует ожидаемую дисконтированную полезность с дисконтом  $\beta$ ,  $0 < \beta < 1$ . Полезность за период задана функцией  $u(y)-x$ , где  $y$  обозначает количество потребленного, а  $x$  - количество произведенного товара. Функция  $u$  является строго выпуклой вверх, строго возрастающей и удовлетворяет  $u(0)=0$ . Также существует  $\hat{y} > 0$  такое, что  $u(\hat{y})=\hat{y}$ . Кроме того, функция  $u$  является либо непрерывно дифференцируемой, либо кусочно-линейной непрерывной функцией. В каждом периоде каждый агент встречает еще одного агента случайным образом.

Существует только один тип ценных бумаг – бумажные деньги. Деньги могут храниться бесконечно долго, они неделимы, и каждый агент может

иметь не более одной единицы денег. Любой агент может свободно избавиться от денег если пожелает. Агенты не могут договариваться о каких-либо совместных действиях в будущем, включая обязательства по торговле при встрече. Наконец, тип каждого агента и количество денег у торговых партнеров становятся известны при встрече, в то время как история предыдущей торговли, за исключением той ее части, которая распознается на основании количества денег, остается в тайне.

#### 4. ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ДЕНЕГ

Торговля в парах, невозможность использования взаимных обязательств, тайна индивидуальных историй торговли и скоропортящийся характер товаров приводят к тому, что производство должно сопровождаться передачей денег из рук в руки. В этой ситуации достаточно ограничиться рассмотрением *встреч, ведущих к торговле*, т.е. встреч с односторонним совпадением желаний, где производитель не имеет денег, а потребитель имеет одну единицу денег.

Пусть  $m$  обозначает долю агентов каждого типа, которые имеют единицу денег. Тогда для каждого индивидуума вероятность встретить кого-либо с одной единицей денег равна  $m$ , а вероятность встретить кого-нибудь без денег равна  $1-m$ . Соответственно, если торговля имеет место в каждой встрече ведущей к торговле, матрица перехода для денежных средств равна:

$$T = \begin{bmatrix} 1-m/N & m/N \\ (1-m)/N & 1-(1-m)/N \end{bmatrix}$$

Тогда, предполагая что поведение агентов полностью рационально, стоимость денег (ожидаемая дисконтированная полезность начиная со времени  $t$  и далее) определяется следующей системой уравнений Беллмана, состоящей из двух уравнений:

$$\mathbf{v}'_t = \mathbf{q}'_t + \beta T \mathbf{v}'_{t+1} \quad (1)$$

где

$$\mathbf{q}_t = [ -my_t/N \quad (1-m)u(y_t)/N ] \quad (2)$$

есть вектор ожидаемого выигрыша от торговли за период, и  $y_t$  обозначает количество произведенного товара в обмен на единицу денег.

До конца этой секции я буду рассматривать частный случай кусочно-линейной функции полезности:

$$u(y) = \begin{cases} u_1 y & \text{если } 0 \leq y \leq y^* \\ u_1 y^* + u_2 (y - y^*) & \text{если } y \geq y^* \end{cases} \quad (3)$$

где  $1 < u_1 < \infty$  и  $0 \leq u_2 < 1$ . Преимущество этой функциональной формы состоит в том, что она допускает аналитическое решение и в то же время позволяет сохранить качественные характеристики решений, полученных в [28] для общего случая. Эта функция полезности изображена на рисунке 1.

Я предполагаю, что  $y_t$  определяется обобщенным решением Нэша для задачи торга, иными словами:

$$y_t = \operatorname{argmax} [u(y) - \beta(v_{1t+1} - v_{0t+1})]^\theta [-y + \beta(v_{1t+1} - v_{0t+1})]^{1-\theta} \quad (4)$$

где  $\theta$ ,  $0 < \theta < 1$ , обозначает параметр торговой силы потребителя. Следует отметить, что торг ведется относительно угрозы отсутствия сделки при встрече и что агенты рассматривают стоимость денег в следующем периоде как наперед заданную. Наконец, любое решение системы (1) должно удовлетворять паре условий участия:

$$\beta(v_{0t+1} - v_{1t+1}) + u(y) \geq 0 \quad \text{и} \quad \beta(v_{1t+1} - v_{0t+1}) - y \geq 0 \quad (5)$$

которые гарантируют, что выигрыш от торговли для потребителя и производителя неотрицателен.

#### 4.1. Положения равновесия

В монетарных моделях принято рассматривать положения равновесия, т.е. аллокации и распределения денежных средств, которые остаются постоянными с течением времени. Очевидно, что в нашей модели всегда

есть немонетарное положение равновесия, такое, где  $\mathbf{v}_t = \mathbf{0}$  для всех  $t$  и где производство равно нулю. Необходимым и достаточным условием существования единственного монетарного положения равновесия является:

$$Z_2(u_1-1) > [\theta u_2 + (1-\theta)u_1]Nr$$

где  $Z_i = \theta(1-m)u_i - m(1-\theta)$  и  $r = 1/\beta - 1$  обозначает норму дисконтирования. Иными словами, единственное монетарное положение равновесия существует в том случае, когда агенты достаточно терпеливы, и потребители обладают достаточно большой силой торга. Я ограничиваюсь рассмотрением этого случая.

## 4.2. Динамика

Кроме положений равновесия возможно рассмотрение динамических равновесий. Они могут быть определены как решения системы (1), которые удовлетворяют (4) и (5) для всех  $t$ . С целью изучения этих равновесий систему (1) удобно переписать в виде:

$$\mathbf{v}'_{t+1} = \beta^{-1} T^{-1}(\mathbf{v}'_t - \mathbf{q}'_t) \quad (6)$$

Можно показать, что благодаря моему выбору функции полезности, общее решение системы (6) записывается в виде:

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{0t} \\ \Delta v_{1t} \end{bmatrix} = A_i \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} (\beta^{-1})^{t-\tau} + B_i \begin{bmatrix} m(1-\theta) \\ \theta(1-m) \end{bmatrix} (\lambda_i)^{t-\tau} \quad (7)$$

Здесь

$$A_i = \Delta v_{0\tau} + m(1-\theta)(\Delta v_{1\tau} - \Delta v_{0\tau})/Z_i, \quad B_i = (\Delta v_{1\tau} - \Delta v_{0\tau})/Z_i,$$

второе собственное значение,  $\lambda_i$ , равно:

$$\lambda_i = \beta^{-1} Nu_i / (Nu_i + Z_i(u_i - 1)),$$

и  $\Delta v_{j\tau}$  обозначает разность между стоимостью  $j$  единиц денег в период  $\tau$  и стоимостью  $j$  единиц в соответствующем положении равновесия.



Можно сразу же отметить, что поскольку  $u_2 < 1$ ,  $\lambda_2 > 1$ . Динамика системы (6) полностью определена решением (7) и показана на рисунке 2. На этом рисунке можно выделить шесть различных областей. Области I и IV недостижимы, поскольку точки в области I нарушают условие свободного сброса денег, в то время как точки в области IV нарушают условие участия потребителей. Точки в областях IIa, IIIa и IIIb не могут приводить к (динамическим) равновесиям так как через конечное время то или иное условие окажется нарушено. Все точки в области IIb (включая границы) порождают континуум динамических равновесий. Наиболее интересными из них являются те, которые порождают динамику вдоль сепаратрисы, соединяющей два положения равновесия.

## 5. ОГРАНИЧЕННАЯ РАЦИОНАЛЬНОСТЬ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ ДЕНЕГ

Описанная выше динамика похожа на ту, которая представлена в статье Трехоса и Райта [28]. Наиболее отличительной чертой этой динамики является то, что положения равновесия не являются устойчивыми в ожиданиях.<sup>1</sup> Таким образом, несмотря на то, что бумажные деньги могут иметь ценность, монетарный обмен хрупок – самое незначительное нарушение координации приводит к его коллапсу. Образно говоря, это равносильно утверждению о том, что деньги не могут появиться как средство обмена в децентрализованной экономике.<sup>2</sup> Можно предположить, что два фактора ответственны за этот результат: выбор торгового решения и рациональные ожидания агентов.

Несмотря на то, что как и у Трехоса и Райта торговля является примитивной в том смысле, что агенты не прибегают к стратегическому решению,<sup>3</sup> я считаю, что выбор торгового решения не является критическим по отношению к устойчивости положений равновесия. Это можно проиллюстрировать отбросив торговое решение и рассмотрев динамику при фиксированных ценах (т.е. предположив, что количество товаров, производимых в обмен на единицу денег, постоянно). Собственные значения системы (6) при этом равны  $\beta^{-1}$  и  $\beta^{-1}(1+1/(N-1))$ , т.е. оба значения

---

<sup>1</sup> См. статьи Эванса и Гузнери [7] и Баляско [2].

<sup>2</sup> Ритгер [25] показал, что бумажные деньги не могут иметь цены в том случае, если агенты могут беспрепятственно производить деньги. Это довольно очевидно, поскольку свободное производство денег обязательно приводит к чрезмерной эмиссии. Здесь издержки производства денег бесконечны (т.е. деньги не могут производиться агентами) и, таким образом, монетарное положение равновесия существует.

<sup>3</sup> См. статью Колза и Райта [5], где описано динамическое решение задачи торга.

больше единицы. Это свидетельствует о том, что причина неустойчивости кроется в рациональных ожиданиях и что существенное отклонение от полной рациональности может быть необходимо для восстановления устойчивости.

Такое отклонение может быть осуществлено посредством перехода к ограниченной рациональности. Существует много способов моделирования ограниченной рациональности – подробное описание существующих методов может быть найдено в статье Леттау и Улига [19]. Для нас наиболее важной является статья Маримона, МакГраттан и Саржента [22], которые рассмотрели модель денег Киотаки и Райта [14] с агентами, обладающими искусственным интеллектом вместо полной рациональности.

Маримон, МакГраттан и Саржент использовали систему классификаторов Холланда [8] для моделирования поведения агентов. Система классификаторов – это набор потенциальных правил принятия решений вместе с функцией которая измеряет “успех” или уместность каждого конкретного правила в списке. Агенты выбирают правила случайным образом, но в то же время наиболее успешные правила выбираются чаще. Результат применения того или иного правила используется для обновления показателя уместности этого (и иногда других) правил; если результат хороший, то уместность правила увеличивается, если плохой – то уменьшается. В сложных системах число возможных правил велико, и использование всех правил не представляется возможным. В этом случае предполагается, что агенты используют некоторое подмножество доступных правил и время от времени заменяют плохие правила другими. Существует много способов моделирования алгоритмов создания новых правил;<sup>4</sup> один из этих способов – это генетический алгоритм (также использованный Маримоном, МакГраттан и Саржентом).

Основным объектом их анализа является описание того, как конкретные товары могут становиться средством обмена. Здесь, поскольку товары являются бесконечно делимыми, этот подход может быть использован для другой цели – изучения динамики цен. В частности, интересным представляется начать с ситуации, когда деньги не имеют ценности, и пронаблюдать, как они постепенно набирают цену, в то время как агенты учатся использовать их как средство обмена. В некоторых простых моделях динамика цен может быть описана посредством достаточно несложных систем стохастических разностных уравнений. В этих случаях существует возможность получения определенных аналитических результатов, например изучения условий сходимости. В более сложных моделях

---

<sup>4</sup> См. книгу Дэвида [6].

аналитические результаты представляются недоступными, и в этой ситуации динамика должна изучаться при помощи численных методов. Мой план состоит в том, чтобы попытаться получить аналитическое описание простейших систем и затем проделать достаточное количество вычислений с тем, чтобы качественно описать общие свойства модели.

## **6. НЕФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ОБМЕННЫХ КУРСОВ**

Динамика в моделях с рациональными ожиданиями, которые являются обобщениями модели Трехоса и Райта [28] на случай нескольких валют, может быть использована для изучения нефундаментальной неопределенности обменных курсов. Карекен и Уоллес [11], Мануэлли и Пек [21] и Кинг, Уоллес и Уэбер [13] показали, что обменные курсы могут вести себя хаотическим образом. Как это прямо подчеркнуто в статье Кинга, Уоллеса и Уэбера, эта неопределенность играет важную роль в том случае, когда агенты не могут хеджировать риски, связанные с обменным курсом. В моделях с микроэкономическими основами денег невозможность хеджирования рисков тесно связана со свойствами, которые делают деньги существенными. Это дает мотивацию для изучения вопроса в подобного рода моделях.

Для иллюстрации того, как это можно сделать, рассмотрим следующую спецификацию. Допустим, что есть три страны, А, В и С и две валюты. Валюта А является законным платежным средством в стране А, валюта В – в стране В и обе валюты имеют хождение в стране С. Агенты могут иметь не более одной единицы каждой валюты, таким образом множество возможных портфелей есть:  $\{0, А, В, АВ\}$ . Кроме встреч друг с другом агенты могут случайным образом перемещаться из одной страны в другую в соответствии с некоторой марковской цепью, имеющей три состояния. Последовательность событий в каждом периоде состоит в следующем. Сначала агенты перемещаются из одной страны в другую, потом имеет место торговля, и затем страна пребывания в следующем периоде частным образом сообщается каждому агенту. В этой ситуации агенты, находящиеся в стране С и имеющие единицу “не той” валюты, могут захотеть обменять свою валюту на валюту страны пребывания в следующем периоде. Для них в текущем периоде открывается “валютная биржа”.

Существует множество способов моделирования торговли на этой бирже. Наиболее простым является предположение о том, что агенты вступают в попарный торг, и что единица более тяжелой валюты обменивается на единицу более легкой валюты плюс некоторое количество

товара, где это количество интерпретируется в качестве “меры” обменного курса. Более реалистичным, но и более сложным способом является предположение, что при таком обмене нет производства, и что каждая единица денег переходит из рук в руки с некоторой вероятностью. Агенты торгуются относительно этих вероятностей подобно торговле относительно лотерей в статье Беренцена, Молико и Райта [3]. После того, как всякая торговля на валютной бирже прекращается, текущий период заканчивается, и наступает следующий период. С точки зрения фундаментальных переменных удобно предположить, что уровень цен в странах А и В фиксирован, в то время как цены в стране С определяются посредством торга.

Эта спецификация может быть использована для получения ответов на ряд вопросов. Во-первых, даже при фиксированных значениях фундаментальных переменных можно надеяться на присутствие нефундаментальной неопределенности в форме динамической неопределенности решения. Затем, если подобно тому, как это сделано в статье Кинга, Уоллеса и Уэбера, добавить переменную “пятен на солнце”, эта неопределенность будет порождать нестационарные случайные процессы для обменного курса. Кроме того, эта модель позволяет сделать сравнение между режимами фиксированного и плавающего обменных курсов. В предыдущих предположениях фиксированный обменный курс означает фиксированное количество товара или фиксированную лотерею на валютной бирже, в то время как в режиме плавающего валютного курса они определяются в результате торга. В случае линейной функции издержек и кусочно-линейной функции полезности подобное сравнение может быть произведено аналитически, в противном случае необходимо прибегнуть к расчетам на компьютере. Мой план состоит в том, чтобы начать с простых версий модели и затем перейти к более содержательным версиям.

## **7. НАКОПЛЕНИЕ КАПИТАЛА В МОДЕЛИ ДЕНЕГ СО СЛУЧАЙНЫМИ ВСТРЕЧАМИ**

Нефундаментальная неопределенность обменных курсов может быть сравнительно легко получена в вышеизложенной модели, поскольку эта модель не содержит осязаемой переменной состояния, и вся динамика является целиком динамикой ожиданий. В большинстве макроэкономических моделей такой переменной состояния является капитал. Соответственно, должно быть привнесено накопление капитала и изучены эффекты его накопления. Интуитивно ясно, что неопределенность

обменных курсов уменьшится, однако далеко неясно, исчезнет ли она совсем.

Прямое добавление бесконечно делимого капитала в модель со случайными встречами сопряжено со значительными трудностями, поскольку возникает необходимость иметь дело с эндогенным распределением капитала. Эта проблема подобна описанной в статье Молико [23], где изучается версия модели Трехоса и Райта [28] с бесконечно делимыми деньгами. В своей модели Молико смог только численно просчитать ряд примеров, что в свою очередь потребовало разработки достаточно изощренного алгоритма.

Однако, существуют определенные попытки обойти эту проблему. Ши [27] описал модель с поиском торговых партнеров и накоплением капитала, в которой агенты разделены на конечное число больших семейств (где каждый из типов специализации и есть одно семейство). Эти семейства могут принимать коллективные решения о том, сколько производить и сколько тратить. В каждом периоде члены семейства следуют предписанным им стратегиям и, после того, как вся торговля прекращается, потребление, деньги и капитал равномерно распределяются между членами семейства. Это означает, что в конце каждого периода распределение денег и капитала является вырожденным и, соответственно, простым в обращении. Однако, необходимо иметь ввиду два момента. Во-первых, это модель скорее централизованного, чем децентрализованного обмена. Во-вторых, в ней не принимается во внимание мотивация агентов-членов семейств.

Более удобная модель была недавно предложена Лагосом и Райтом [18]. В каждом периоде, после того как торговля в парах завершена, агенты получают доступ к централизованным вальрасовским рынкам. Поскольку все агенты идентичны и торгуют одним и тем же “общим” товаром, торговля на централизованном рынке выравнивает количество денег у всех агентов (в модели Лагоса и Райта нет накопления капитала) к концу периода. Таким образом, распределение вырождено как и у Ши [27], но обмен является децентрализованным, и нет проблем с мотивацией.

Та или иная версия модели Лагоса и Райта [18] представляется удобной для изучения эффектов накопления капитала. Последнее может быть выполнено несколькими способами. В частности, интересным представляется сравнение двух альтернативных спецификаций, в которых: а) общий товар может быть преобразован в однородный капитал и б) общего товара не существует, а каждый из специфических товаров может быть преобразован в специфический капитал.

## 8. ДЕНЬГИ В ТЕНЕВОЙ ЭКОНОМИКЕ

Недавно было показано, что деньги являются несовершенной заменой полного мониторинга предыдущих действий агентов.<sup>5</sup> Кочерлакота и Уоллес [17] заменили полный мониторинг предположением о том, что хотя информация о прошлых действиях всех агентов доступна, существует запаздывание с обновлением этой информации. Они, кроме всего прочего, показали, что если агенты достаточно терпеливы, то деньги не имеют существенной роли в случае если нет запаздывания с обновлением информации. Однако, деньги могут быть востребованы для совершения сделок, которые по каким-либо причинам не предназначены для всеобщего обозрения. Для удобства я буду называть совокупность всех подобных сделок *теневой экономикой*.

Модель денег в теневой экономике может быть описана следующим образом. Допустим, что существуют две торговые площадки: одна хорошая и другая плохая, и что агенты перемещаются между ними в соответствии с некоторой марковской цепью, имеющей два состояния. В начале каждого периода агенты принимают решение о том, хотят ли они, чтобы информация об их торговле за этот период была известна всем, или чтобы эта информация оставалась частной. Любая торговля на плохой площадке, о которой становится известно, несет с собой наказание в виде одно-моментного штрафа (уменьшения полезности). Агенты могут торговать, используя бумажные деньги или мониторинг (нарушители наказываются перманентным запрещением использования мониторинга для целей торговли). Деньги неделимы, и агенты не могут хранить более одной единицы денег. Для каждого агента ведется реестр предыдущих сделок за все периоды, когда этот агент принимал решение о публичном разглашении информации о его торговле (этот реестр может быть пустым).

В этой модели возможно описание потенциально большого числа (марковских) механизмов, которые определяют торговлю. Мой план состоит в том, чтобы начать с простой версии модели: со случая, когда решение о публичном разглашении информации необратимо. После того, как это будет сделано, возможно рассмотрение модели, в которой решение о публичном разглашении информации обратимо, но где функция исходов зависит (помимо действий, типов специализации и количества денег) от длины публично известных историй торговли (например от того, являются ли эти истории “короткими” или “длинными”).

---

<sup>5</sup> См. статью Кочерлакоты [16].

## References

- [1] Costas Azariadis. Intertemporal macroeconomics. Blackwell. Cambridge, 1993.
- [2] Yves Balasko. The expectational stability of Walrasian equilibria. *Journal of Mathematical Economics*, 23 (1994), 179-203.
- [3] Aleksander Berentsen, Miguel Molico, Randall Wright. Indivisibilities, lotteries and monetary exchange. Working paper, University of Pennsylvania, 2000.
- [4] Ricardo Cavalcanti, Neil Wallace. A model of private bank-note issue. *Review of Economic Dynamics*, 2 (1999), 104-136.
- [5] Melvyn Coles, Randall Wright. A dynamic equilibrium model of search, bargaining and money. *Journal of Economic Theory*, 78 (1998), 32-54.
- [6] Herbert Dawid. Adaptive learning by genetic algorithms. 2nd edition. Springer Verlag. Berlin, 1999.
- [7] George Evans, Roger Guesnerie. Rationalizability, strong rationality, and expectational stability. *Games and Economic Behavior*, 5 (1993), 632-646.
- [8] J. H. Holland. Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press. Ann Arbor, 1975.
- [9] Ayse Imrohoroglu. The welfare cost of inflation under imperfect insurance. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16 (1992), 79-91.
- [10] William S. Jevons. Money and the mechanism of exchange. Appleton. London, 1875.
- [11] John Kareken, Neil Wallace. On the indeterminacy of equilibrium exchange rates. *Quarterly Journal of Economics*, 96 (1981), 207-222.
- [12] Timothy Kehoe, David Levine, Michael Woodford. The optimum quantity of money revisited. In *Economic Analysis of Markets and Games: Essays in Honor of Frank Hahn*. Dasgupta P. et al -eds. MIT Press. Cambridge and London, 1992, 501-526.

- [13] Robert King, Neil Wallace, Warren Weber. Nonfundamental uncertainty and exchange rates. *Journal of International Economics*, 32 (1992), 83-108.
- [14] Nobuhiro Kiyotaki, Randall Wright. On money as a medium of exchange. *Journal of Political Economy*, 97 (1989), 927-954.
- [15] Nobuhiro Kiyotaki, Randall Wright. A search-theoretic approach to monetary economics. *American Economic Review*, 83 (1993), 63-77.
- [16] Narayana Kocherlakota. Money is memory. *Journal of Economic Theory*, 81 (1998), 232-251.
- [17] Narayana Kocherlakota, Neil Wallace. Incomplete record keeping and optimal payment arrangements. *Journal of Economic Theory*, 81 (1998), 272-289.
- [18] Ricardo Lagos, Randall Wright. A unified framework for monetary theory and policy analysis. Working paper, New York University, 2001.
- [19] Martin Lettau, Harald Uhlig. Rules of thumb versus dynamic programming. *American Economic Review*, 89 (1999), 148-174.
- [20] David Levine. Asset trading mechanisms and expansionary policy. *Journal of Economic Theory*, 54 (1991), 148-164.
- [21] Rodolfo Manuelli, James Peck. Exchange rate volatility in an equilibrium asset pricing model. *International Economic Review*, 31 (1990), 559-574.
- [22] Ramon Marimon, Ellen McGrattan, Thomas Sargent. Money as a medium of exchange in an economy with artificially intelligent agents. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 14 (1990), 329-373.
- [23] Miguel Molico. The distribution of money and prices in search equilibrium. Unpublished Ph.D. dissertation. University of Pennsylvania, 1997.
- [24] Brett Norwood. On the emergence of monetary exchange. Working paper, University of Pennsylvania, 2001.
- [25] Joseph Ritter. The transition from barter to fiat money. *American Economic Review*, 85 (1995), 134-149.



- [26] Shouyong Shi. Money and prices: a model of search and bargaining. *Journal of Economic Theory*, 67 (1995), 467-496.
- [27] Shouyong Shi. Search, inflation and capital accumulation. Queen's Institute for Economic Research Discussion Paper 971, 1998.
- [28] Alberto Trejos, Randall Wright. Search, bargaining, money and prices. *Journal of Political Economy*, 103 (1995), 118-141.

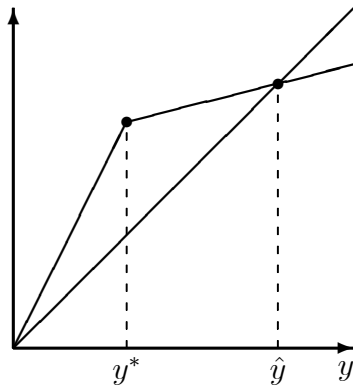


Figure 1: Utility and cost functions.

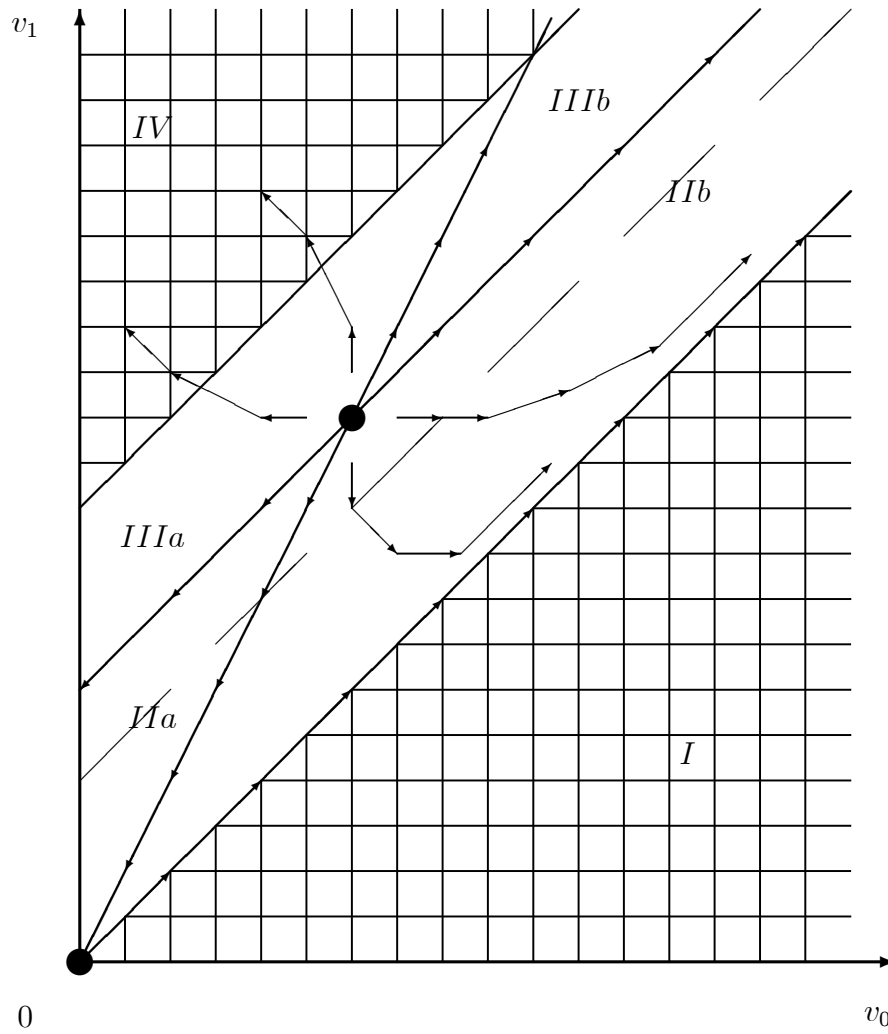


Figure 2: Dynamics.