

Четвериков Д.Н.

Риск потери потребителей, инфляция и благосостояние

Препринт # BSP/2008/100 R

Эта работа написана на основе магистерской диссертации в РЭШ в 2006-7 году в рамках исследовательского проекта “Экономический рост, реальный обменный курс и инфляция” под руководством В.М. Полтеровича (РЭШ и ЦЭМИ) и В.В. Попова (РЭШ и Карлетонский Университет).

Автор благодарен научным руководителям, Олегу Замулину, Григорию Косенку, Александру Тонису и всем участникам XXI научной конференции РЭШ.

Москва
2008

Четвериков Д.Н. Риск потери потребителей, инфляция и благосостояние / Препринт # BSP/2008/100 R - М.: Российская Экономическая Школа, 2008. – 40 с. (Рус.)

Во многих эмпирических исследованиях показывается, что незначительная инфляция может быть полезна для экономического роста. Данная статья обсуждает предыдущие попытки теоретического объяснения этого явления и предлагает новое объяснение. Рассматривается модель монополистической конкуренции, где производители испытывают шоки производительности, а потребители несут издержки при изучении цен на рынке. Показано, что если потребители при принятии решений о пересмотре потребительского плана используют стратегию второго наилучшего (в силу наличия издержек рассмотрения сложных распределений цен на рынке), то инфляция в стационарном равновесии отрицательно влияет на реальный уровень цен в экономике. Более низкий реальный уровень цен, в свою очередь, означает более высокий агрегированный спрос в экономике и более высокий выпуск.

Ключевые слова: инфляция, экономический рост, общественное благосостояние, издержки потребителей

Chetverikov Denis. The risk of loss of consumers, inflation, and social welfare / Working Paper # BSP/2008/100 R – Moscow, New Economic School, 2008. – 40 p. (Рус.)

It is shown in many empirical studies that small inflation may be useful for economic growth. This paper discusses previous attempts of theoretical explanations of this phenomenon and suggests a new explanation. I consider a model of monopolistic competition where producers encounter productivity shocks while consumers have market searching costs. It is shown that if consumers use second-best strategy when they revise a consumer basket (maybe due to mental costs of considering difficult price distributions) then inflation in the steady-state has a negative influence on price level in the economy. The lower real price level, in turn, means higher aggregated demand in the economy and higher output.

Key words: inflation, economic growth, social welfare, customer costs

ISBN

© Четвериков Д.Н., 2008 г.

© Российская экономическая школа, 2008 г.

Содержание

1	Введение	4
2	Обзор литературы	7
3	Модель	12
3.1	Описание модели	12
3.1.1	Фирмы	12
3.1.2	Потребители	14
3.1.3	Понятие стационарного равновесия	17
3.2	Решение модели	18
3.2.1	Функции спроса	19
3.2.2	Лог-квадратизация задачи фирмы	22
3.2.3	Равновесия	25
4	Сравнительная статика	31
4.1	Основные результаты	31
4.2	Интуиция к основным результатам	34
5	Заключение	36
6	Список литературы	38

1 Введение

К настоящему времени появился ряд работ по эмпирике экономического роста, в которых указывается, что влияние инфляции на рост является немонотонным: небольшая инфляция оказывает положительное влияние на экономический рост в долгосрочной перспективе, а высокая - отрицательное (обзор данной литературы см. в Полтерович (2006)). Это свидетельствует о том, что у инфляции есть как отрицательные, так и положительные стороны: при низких значениях доминируют выгоды от инфляции, а при высоких - издержки. Тем не менее, хотя у экономистов есть какой-то консенсус относительно издержек от инфляции¹, консенсуса относительно выгод от инфляции не существует. Положительные стороны инфляции, описываемые в теоретической литературе (например, см. Romer (2001, стр.523)) по-видимому не дают полной картины (см. раздел "Обзор литературы"). Поэтому существует интерес к исследованиям, которые могли бы предложить другие каналы положительного влияния инфляции.

Целью данной работы является исследование альтернативных эффектов, связанных с наличием инфляции и способных объяснить влияние инфляции на выпуск. Мы рассматриваем модель монополистической конкуренции, где производители испытывают шоки производительности, а потребители несут издержки при изучении цен на рынке. Мы показываем, что если потребители при принятии решений о пересмотре потребительского плана используют стратегию второго наилучшего (в силу наличия издержек рассмотрения сложных распределений цен на рынке), то в экономике возникает два эффекта, связанных с наличием инфляции.

С одной стороны, чем выше инфляция, тем ниже оказывается реальный уровень цен в экономике вследствие того, что с ростом инфляции сокращаются издержки, связанные с риском потери потребителей при повышении цены на товар (см. ниже). С другой стороны, чем выше инфляция, тем в каждый момент больше людей обновляют потребительские планы, т.е. тем больше доля активных потребителей в экономике. Влияние данного фактора на цены неоднозначно (см. модель).

Однако, первый эффект увеличивается с ростом волатильности шоков производительности и при достаточно большой их волатильности доминирует. Таким образом, суммарный эффект влияния инфляции на реальный уровень цен оказывается отрицательным.

¹Здесь стоит отметить, что мнения экономистов расходятся относительно количественных значений издержек.

Это, в свою очередь, означает, что инфляция положительно влияет на выпуск в экономике.

Кроме того, мы показываем, что использование потребителями стратегии второго наилучшего при принятии решений об обновлении информации о ценах и пересмотре потребительского плана согласуется с эмпирическими данными (Zbaracki (2004)) о существовании у производителей издержек, связанных с риском потери потребителей при изменении цены. В то же время стратегия первого наилучшего не согласуется с существованием данных издержек (см. модель).

Чтобы понять возникающие эффекты, рассмотрим по очереди потребителей и производителей. Как уже говорилось выше, потребители несут издержки, связанные с изучением рыночной конъюнктуры. В такой экономике потребители, один раз изучив цены на рынке, выбирают свои потребительские планы на некоторый период в будущем и живут в соответствии с этими планами, не наблюдая больше всех цен на рынке. При этом потребители конечно же наблюдают цены на покупаемые товары. Соответственно, в нашей модели предполагается две причины, по которым потребители могут обновить свою потребительскую корзину. Во-первых, изменение корзины может быть запланированным: потребители периодически запланированно обновляют информацию о ценах и составляют новую потребительскую корзину. Во-вторых, потребители могут совершить внеплановое изменение потребительской корзины в ответ на быстрый рост цен в их корзине.

При принятии решения о внеплановом обновлении информации о ценах потребители сравнивают издержки по изучению цен с ожидаемыми выгодами от возможности составления более подходящей корзины. При этом мы предполагаем, что потребители не строят рациональных ожиданий о возможных выгодах, а просто считают, что что после обновления информации о ценах в среднем они получают такую же полезность, какую имели в прошлом периоде². Такие ожидания приводят к тому, что потребители совершают внеплановое обновление информации о ценах, если темп роста цен в корзине значительно превосходит темп роста их доходов. Это означает, что обновление плана происходит, если темп роста цен в корзине превосходит некоторый порог, который положительно зависит от темпа роста доходов, который в равновесии равен темпу роста денежной массы и инфляции.

²Мы рассматриваем модель без капитала и технологического прогресса. Соответственно, в среднем выпуск в экономике не меняется со временем. Следовательно, в среднем полезность потребителей не меняется со временем.

Такое поведение потребителей означает, что спрос на продукцию любого производителя зависит не только от уровня цен в текущий момент времени, но и от цен в предыдущие периоды, т.е. от роста цен. Действительно, в такой экономике равномерное повышение цены в течение нескольких периодов приводит к меньшей потере потребителей, чем единовременное повышение цены. В первом случае производитель потеряет только тех потребителей, пороговое значение для которых не превосходит суммарного повышения цены, деленного на количество периодов, в течение которых производилось повышение цены. Во втором случае производитель потеряет всех потребителей, пороговое значение для которых не превосходит суммарного повышения цены³.

Описав поведение спроса, рассмотрим проблему определения оптимальной цены в условиях меняющихся случайным образом издержек, с которой сталкиваются производители. Одна из дилемм, которые должен решить каждый производитель заключается в следующем. С одной стороны, производитель ожидает, что с некоторой вероятностью издержки производства в будущем вырастут. В этом случае производитель будет вынужден повысить цену на свою продукцию. Однако такое повышение цены может вызвать значительный отток потребителей. С целью сокращения данного оттока производитель может частично поднять цену уже сегодня (как было показано выше, равномерное повышение цены приводит к меньшему оттоку потребителей, чем единовременное). С другой стороны, повышение цены сегодня приведет к потере текущих потребителей. Таким образом, производитель должен балансировать между потерями потребителей сегодня и ожидаемыми потерями в будущем.

Положительный эффект, связанный с наличием инфляции заключается в том, что инфляция уменьшает стимулы производителей устанавливать завышенную цену еще до роста издержек. Действительно, при более высокой инфляции повышение цен в будущем в случае роста издержек производства приведет к меньшим потерям потребителей, т.к. пороговое значение на повышение цены, выше которого потребители пересматривают свои потребительские корзины, положительно зависит от инфляции⁴. Соответственно, при бо-

³В статье Zbaracki (2004) на основе эмпирических данных также показывается, что издержки потребителей являются выпуклой функцией от роста цены.

⁴На первый взгляд, может показаться, что при более высокой инфляции производители вынуждены повышать цену на большее значение с тем, чтобы компенсировать средний рост цен в экономике. В действительности производители устанавливают цену так, чтобы половину времени до следующего изменения цена была выше оптимальной, а половину - ниже. Соответственно, в момент роста издержек *в среднем* цена уже равна оптимальной. Поэтому в момент роста издержек производители должны повысить цену

лее высокой инфляции при прочих равных производители устанавливают более низкую реальную цену на свою продукцию. Более низкий уровень реальных цен в свою очередь означает более высокий агрегированный спрос и более высокий выпуск в экономике.

Отметим, что в данной работе мы не моделируем отдельно издержки от инфляции. Соответственно, мы не можем делать выводы об оптимальном уровне инфляции.

В разделе 2 описывается связанная с данной работой литература. В разделе 3 описывается предлагаемая модель. В разделе 4 рассматривается сравнительная статика модели. В разделе 5 делается заключение.

2 Обзор литературы

Как уже говорилось выше, в ряде работ (Bruno and Easterly (1995), Sarel (1995), Ghosh and Phillips (1998), Varro (1997)) эмпирически показано, что небольшая инфляция может быть полезна для экономического роста. Кроме того, в работе Sepehri and Moshiri (2004) указывается, что пороговое значение инфляции, выше которого инфляция становится вредна для экономического роста, зависит от уровня развития страны: чем более развита страна, тем ниже пороговое значение.

При этом с теоретической точки зрения существуют по крайней мере три объяснения положительного влияния инфляции. Tobin (1972) указывает на то, что номинальные зарплаты могут быть более жесткими вниз, чем вверх. Такое явление может быть вызвано, например, тем, что рабочие сопротивляются понижению зарплат, но с радостью соглашались на их повышение. В таких условиях рынок труда дольше остается в неравновесном состоянии при падении равновесной заработной платы по сравнению с ее ростом. Поэтому инфляция, которая автоматически снижает реальную заработную плату, может ускорить переход рынка в равновесное состояние. Тем не менее, среди экономистов нет согласия относительно верности утверждения об асимметричной жесткости номинальных заработных плат. Например, Taylor (1998) говорит: "Это [статистические данные о количестве рабочих в США, испытывающих понижение заработной платы] доказывает, что жесткость зарплат вниз не более важна для макроэкономики, чем жесткость зарплат вверх".

Summers (1991) доказывает, что инфляция, увеличивая номинальную ставку процента, помогает избежать попадания в ловушку ликвидности, сохраняя таким образом возможность денежных властей влиять на экономику. Однако такое объяснение положительного

только на величину издержек, т.е. без корректировки на инфляцию.

влияния инфляции дает существенно более низкие значения оптимальной инфляции. Так, например, в работе Bili (2007) показывается, что, исходя из этого аргумента, оптимальная инфляция не превышала бы 1%.

Наконец, третье объяснение связано с инфляционным налогом: инфляция позволяет властям собирать сеньораж, что может быть необходимым в условиях неэффективной экономики, где другие налоги приводят к сильным искажениям. Такой эффект вряд ли может быть значим для развитых экономик, которые стараются использовать прогрессивное налогообложение, в то время как инфляция скорее является налогом на бедных.

В данной работе мы изучаем альтернативный механизм положительного влияния инфляции на экономику. Предпосылки нашей модели в первую очередь основываются на эмпирических данных из статьи Zbaracki et al. (2004). Авторы этой статьи провели наблюдение за работой крупной международной компании и исследовали ее издержки при изменении цен на ее продукцию. Авторы выделили три вида издержек: издержки „меню“, издержки менеджеров и издержки потребителей. Издержки „меню“, которые составили примерно 3% от всех рассматриваемых издержек, заключаются в физических издержках по переписыванию прайс-листов, их распечатке и отправлению их потребителям. Издержки менеджеров, которые составили примерно 23% от всех рассматриваемых издержек включают сбор информации о рыночной конъюнктуре, обработку данной информации, обсуждение и принятие решения об изменении цены. Издержки потребителей, которые составили оставшиеся 74%, включают переговоры с потребителями об изменении цены и объяснение необходимости изменения цены. Таким образом, авторы установили, что издержки, связанные с работой с потребителями, составляют большую часть издержек при изменении цены на продукцию. Кроме того, авторы установили, что издержки менеджеров и издержки потребителей являются выпуклыми функциями от роста цены.

В данной работе мы исследуем, как наличие издержек потребителей сказывается на ценообразовании и выпуске в условиях инфляции. Для того, чтобы эти издержки имели смысл, мы предполагаем, что потребители несут издержки по изучению цен на рынке. Действительно, в этом случае потребители нечасто обновляют свои потребительские планы и фактически оказываются привязанными к отдельным производителям. Издержки потребителей тогда могут интерпретироваться как вероятность того, что потребители пересмотрят свои потребительские планы и уйдут к другим производителям. Таким образом, в нашей модели издержки потребителей моделируются как возможность потери потребителей при повышении цены.

Выпуклость данных издержек в нашей интерпретации достигается за счет того, что в нашей модели потребители меняют свои потребительские планы в ответ на рост цен в корзине, а не на их уровень. Такое поведение потребителей мы объясняем тем, что потребители не могут правильно оценивать уровень цен во всей экономике.

После того, как мы описали мотивацию нашей работы, опишем кратко теоретические работы, которые используют схожие предпосылки.

Рассмотрим сначала работы, которые используют предпосылку о ненулевых издержках потребителей при получении информации о рынке. Идея того, что получение и обработка информации о рыночных ценах требует от потребителей затрат времени, которое могло бы быть потрачено на отдых, не является новой. В работах Stiglitz (1979, 1984) показано, как наличие таких издержек у потребителей может приводить к реальной жесткости цен⁵. Наличие данных издержек приводит к тому, что потребители наблюдают цены только на те товары, которые они потребляют. Кроме того, автор, в отличие от нас, предполагает, что потребители знают средний уровень цен в экономике. Отсюда следует, что в кривой спроса на какой-либо товар есть излом при цене равной среднему уровню цен в экономике. Действительно, если цена какого-либо производителя оказывается выше среднего уровня цен, то производитель теряет текущих потребителей; если цена оказывается ниже среднего уровня, то производитель не приобретает новых потребителей, т.к. они просто не знают о наличии такого продавца. Наличие такого излома в кривой спроса приводит к разрывности кривой предельного дохода монополиста при цене, равной среднему уровню цен в экономике. Соответственно, если только издержки продавца не слишком малы или слишком велики, он установит цену на уровне равном среднему уровню цен в экономике. При этом чем больше излом кривой спроса (т.е. чем больше издержки потребителей по наблюдению за рынком), тем выше оказывается вероятность того, что продавец установит цену на уровне среднего уровня цен в экономике, т.е. тем выше будет реальная жесткость цен.

Ball, Romer (1990) формализовали идею Стиглица о наличии издержек поиска оптимального товара у потребителей. Они предположили, что у каждого потребителя есть выделенный товар (например, товар, который продается ближе всего к дому потребителя)⁶,

⁵Сам автор в данных работах говорит просто о "жесткости цен". Как будет ясно из дальнейшего изложения, речь здесь идет именно о реальной жесткости цен.

⁶В работе Стиглица таким товаром является товар, потребляемый данным производителем в прошлом периоде. Поэтому прямая формализация идеи Стиглица привела бы к динамической модели. В работе

за который большая часть потребителей готова платить больше, чем за другие товары. Если потребителя не устраивает данный выделенный товар, то он вынужден искать более подходящий товар для потребления. С другой стороны, т.к. потребитель имеет ненулевые издержки поиска, то предполагается, что он останавливает свой выбор на первом изученном товаре. При этом товар для изучения выбирается случайно. Таким образом, потребитель сравнивает цену на свой выделенный товар со средним уровнем цен в экономике и если решает, что выделенный товар стоит достаточно дорого, то он начинает потреблять наугад выбранный товар. В предельном случае, когда все потребители готовы покупать выделенный товар если его цена не выше среднего уровня цен и отказываются покупать данный товар если его цена выше среднего уровня цен, оказывается, что все производители устанавливают цену на уровне средней цены в экономике.

Reis (2004) использовал идею о наличии издержек у потребителей при получении информации о рынке для объяснения "провалов" теории перманентного дохода, т.е. излишнюю чувствительность потребления к прошлому доходу и излишнюю гладкость потребления в ответ на перманентное изменение дохода по сравнению с тем, что предсказывает теория перманентного дохода. В данной работе издержки по получению информации о рынке, также как и в данной работе, приводят к тому, что потребители обновляют информацию о рынке не в каждом периоде. Отсюда следует, что потребители не сразу реагируют на изменения в экономике. Это в свою очередь означает, что текущее потребление реагирует на прошлую информацию, т.е. прошлый доход оказывается значимым для текущего потребления, и недостаточно (в сравнении с теорией перманентного дохода) реагирует на текущее изменение перманентного дохода.

Mankiw, Reis (2006) исследовали влияние наличия издержек о получении информации о рынке (как у потребителей, так и производителей) на динамику макроэкономических флуктуаций. Авторы предполагают, что наличие данных издержек приводит к тому, что как потребители, так и производители обновляют информацию о рынке в каждом периоде с некоторой постоянной вероятностью. Они показывают, что предположение данных издержек существенно помогает лучше предсказывать стилизованные факты о макроэкономических флуктуациях, т.е. рост инфляции в моменты, когда экономика находится на подъеме, слабую корреляцию реальной заработной платы с производительностью труда (в краткосрочном периоде) и отложенную реакцию экономики на шоки (реакцию выпуска

Болла и Ромера предполагается задание данного выделенного товара экзогенно, что позволяет рассматривать статическую модель, которая значительно проще.

на шоки производительности).

В нашей работе мы предполагаем, что производители теряют потребителей при повышении цены быстрее темпа инфляции в экономике, т.к. такое повышение означает, что потребители теперь могут найти товар, который в большей степени соответствует их запросам. Альтернативой данному подходу является работа Rotemberg (2002), в которой предполагается, что производители теряют своих потребителей, если потребители понимают, что производитель не учитывает их интересы при формировании ценовой политики. Потребители формируют ожидания о так называемой "справедливой" цене, т.е. цене, которая учитывает как интересы производителя, так и интересы потребителей. Если действительная цена оказывается выше данной справедливой цены, то потребители устраивают "бойкот" производителю и перестают покупать его товар. Т.к. для производителя такой "бойкот" означает полную потерю доходов, то производитель стремится устанавливать цену не выше уровня справедливой цены.

Наконец, поведение производителей в данной работе во многом схоже с поведением производителей в работе Ball, Mankiw (1994). В данной работе, так же как и в нашей, предполагается, что производители меняют свои цены через период: половина производителей меняет цены по нечетным периодам, а половина - по четным. Как уже говорилось выше, такое поведение может быть связано с существованием значительных издержек у производителей по наблюдению спроса на их товар и издержек производства. Кроме того, в работе Болла и Мэнкью предполагается, что производители могут совершать внеплановое изменение цены на свою продукцию, понеся при этом дополнительные "издержки меню". Проблема с данным поведением производителей связана с тем, что неясно, как производители могут узнать об изменении рыночной конъюнктуры между изменениями цены, если данная информация для них является не бесплатной. Поэтому в нашей работе мы предполагаем, что производители могут совершать внеплановое изменение цены только в случае значительного увеличения издержек производства, т.к. значительное повышение издержек производства приводит к значительному сокращению прибылей, что не может остаться незамеченным производителем.

Авторы показывают, что при сделанных ими предположениях при положительной инфляции возникает ассиметричная жесткость цен: цены чаще и сильнее повышаются при росте издержек, чем при они понижаются при падении издержек. Причина заключается в том, что из-за инфляции цена какого-либо производителя, который совершил плановое изменение цены в прошлом периоде, оказывается ниже средней (и оптимальной). Это в свою

очередь приводит к асимметричной реакции цен на изменение издержек. Действительно, если издержки производства выросли, то выросла и оптимальная цена. Следовательно увеличилось отклонение действительной цены от оптимальной. Это в свою очередь увеличивает вероятность того, что цена будет поднята до оптимального уровня. Если издержки производства упали, то упала и оптимальная цена. Следовательно отклонение действительной цены от оптимальной уменьшилось. Это в свою очередь сокращает вероятность изменения цены. Таким образом, реакция цен на повышение и понижение издержек оказывается не симметричной.

Перейдем теперь к формальному описанию модели.

3 Модель

3.1 Описание модели

3.1.1 Фирмы

Будем рассматривать модель с бесконечным, дискретным временем. В каждый момент времени в экономике существует большое число фирм n , вследствие чего отдельные фирмы пренебрежимо мало влияют на средний уровень цен. Каждая фирма живет в течение двух периодов, после чего умирает. При этом в каждый период в экономике живет $n/2$ молодых фирм и $n/2$ старых. Каждая фирма производит свой собственный товар и потому является монополистом. Фирма j в момент времени t производит количество товара q_{jt} и продает его на рынке по цене P_{jt} ⁷. Для производства данного количества товара фирма нанимает рабочих. При этом в данной модели мы не моделируем отдельно рынок труда, а сразу предполагаем, что суммарные затраты на выплату заработной платы рабочим равны:

$$C_{jt}(q_{jt}) = \bar{P}_t c_{jt} q_{jt}^\beta \quad (1)$$

где \bar{P} - среднее арифметическое цен на все товары в экономике (в дальнейшем оно называется агрегированным уровнем цен); c_{jt} - коэффициент, определяющий уровень издержек. Для молодой фирмы этот коэффициент равен c_0 . Для старой фирмы коэффициент с вероятностью λ принимает значение c_1 , а с вероятностью $1 - \lambda$ - значение c_2 . Для определенности мы предполагаем, что $c_1 < c_2$. Кроме того, для упрощения решения модели

⁷Индекс фирмы j после того, как фирма умирает присваивается другой, новорожденной, фирме.

мы предполагаем, что $c_0 = \lambda c_1 + (1 - \lambda)c_2$. Таким образом, в нашей модели старые фирмы в среднем имеют такую же производительность, что и молодые фирмы. Это предположение никак не влияет на качественные выводы модели.

В разделе „Решение модели“ мы выведем аналитическую формулу для спроса на продукцию фирмы. Как будет показано, спрос на продукцию старой фирмы является функцией не только текущей цены на товар фирмы, но и цены на товар фирмы в прошлом периоде, т.е. $q_j = q^o(P_{jt-1}, P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t)$, где $\{P\}_{jt}$ - множество всех цен в экономике в периоды t и $t - 1$ за исключением цен рассматриваемой фирмы j ; M_t - денежная масса в экономике⁸. Соответственно прибыль старой фирмы имеет вид:

$$\pi^o(c_{jt}, P_{jt-1}, P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t) = P_{jt}q^o(P_{jt-1}, P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t) - \bar{P}_t c_{jt} (q^o(P_{jt-1}, P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t))^\beta \quad (2)$$

Спрос на продукцию молодой фирмы является функцией только текущей цены на товар фирмы, т.е. $q_{jt} = q^y(P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t)$. Соответственно прибыль молодой фирмы имеет вид:

$$\pi^y(P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t) = P_{jt}q^y(P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t) - \bar{P}_t c_0 (q^y(P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t))^\beta \quad (3)$$

Вся прибыль от продажи товара распределяется между акционерами фирмы.

В нашей модели каждая молодая фирма может установить любую цену на свой товар. Старые фирмы не меняют цену, установленную в прошлом периоде, если у них реализуются низкие издержки c_1 , и совершают внеплановую корректировку цены, если реализуются высокие издержки c_2 . Такая асимметрия во временной структуре ценообразования частично подтверждается эмпирически. Например, Blinder (1991) указывает, что американские фирмы несколько быстрее реагируют на рост издержек, чем на их сокращение⁹; Peltzman (2000) на основе статистических данных показывает, что фирмы легче идут на повышение цены, чем на понижение. С теоретической точки зрения такая асимметрия может быть вызвана, например, наличием ограничения ликвидности.

Молодая Фирма выбирает цену на свою продукцию так, чтобы максимизировать ожидаемую дисконтированную сумму реальных прибылей (реальная прибыль равна номинальной, деленной на среднее арифметическое цен в экономике). Т.к. мы не моделируем отдельно рынок капитала, то мы просто предполагаем, что фирмы дисконтируют будущее

⁸Мы также покажем, что спрос зависит не только от цен на продукцию фирмы, но и от денежной массы в текущий период и от всех цен в текущий и предыдущий период времени других фирм.

⁹Хотя в работе Блиндера различие не является статистически значимым, сам факт, что фирмы по-разному реагируют на рост издержек и на их падение, свидетельствует о наличии различия.

также, как и потребители. Коэффициент дисконтирования обозначен буквой δ . Старая фирма, если у нее реализовались высокие издержки, и она может изменить цену на свою продукцию, устанавливает цену так, чтобы максимизировать текущую прибыль.

Молодая фирма знает, что с вероятностью $(1 - \lambda)$ издержки производства вырастут, и фирма совершит внеплановую корректировку цены. Поэтому при выборе цены молодая фирма прогнозирует, как она скорректирует цену в случае такого события, и учитывает эту возможную корректировку при выборе текущей цены. Соответственно, задача молодой фирмы имеет следующий вид:

$$V^y(\{P\}_{jt}, M_t) = \max_{P_{jt}, P_{jt+1}} \left(\frac{\pi^y(P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t)}{\bar{P}_t} + \lambda \delta \frac{\pi^o(c_1, P_{jt}, P_{jt}; \{P\}_{jt+1}, M_{t+1})}{\bar{P}_{t+1}} + (1 - \lambda) \delta \frac{\pi^o(c_2, P_{jt}, P_{jt+1}; \{P\}_{jt+1}, M_{t+1})}{\bar{P}_{t+1}} \right) \quad (4)$$

Т.к. у старой фирмы не появляется никакой дополнительной информации по сравнению с молодой фирмой (за исключением информации о реализации издержек), то молодая фирма правильно предсказывает свое поведение в следующем периоде. Поэтому прогноз молодой фирмы о цене на свою продукцию в следующем периоде в зависимости от реализующихся издержек полностью совпадает с ценой, которую она выберет в следующем периоде, когда станет старой. Это означает, что мы можем не рассматривать отдельно задачу старой фирмы. Таким образом, поведение фирм полностью описывается формулой 4

3.1.2 Потребители

В экономике живет континуум потребителей, число которых нормировано к единице. Потребители живут бесконечно долго, а их функция полезности имеет следующий вид:

$$U_{it} = E_t \sum_{s=t}^{\infty} \sum_{j=1}^n \delta^{s-t} A_{ij} x_{ijst} \quad (5)$$

где x_{ijst} - количество товара j , которое потребитель i потребляет в момент времени t ; δ - дисконтирование. Коэффициенты A_{ij} являются случайными величинами, независимо распределенными по i и j со следующим распределением¹⁰:

$$F_{lnA}(x) = e^{-e^{-x}} \quad (6)$$

¹⁰После того, как фирма с индексом j умирает, и данный индекс переходит к другой фирме, коэффициент A_{ij} заменяется на другую реализацию из того же распределения. Мы не вводим дополнительного индекса t у коэффициента A_{ij} , чтобы не загромождать запись, и т.к. это не приводит к недоразумениям.

Такое распределение иногда называется функцией Гомперца. Мы рассматриваем именно такое распределение, т.к. оно позволяет получить простые аналитические формулы для спроса на отдельные товары.

Для простоты мы предполагаем, что все потребители владеют одинаковыми долями во всех фирмах. Поэтому в каждом периоде все потребители получают одинаковый доход от владения фирмами. Во-вторых, все потребители являются рабочими. Как уже говорилось выше, мы не моделируем отдельно рынок труда. Поэтому мы просто предполагаем, что каждый потребитель получает одинаковую зарплату. В-третьих, каждый потребитель получает одинаковые паушальные трансферты от государства. Трансферты государства спроектированы таким образом, чтобы денежная масса в экономике росла с постоянным темпом θ . Таким образом, в нашей модели в каждом периоде все потребители получают равные доходы.

В нашей модели мы также не моделируем рынок капитала. Поэтому мы просто предполагаем, что в каждом периоде потребители просто тратят все имеющиеся у них деньги на покупку товаров¹¹. Соответственно, наша модель имеет следующую временную структуру. В начале каждого периода потребители получают свои доли в прибылях фирм из прошлого периода, заработные платы за прошлый период и трансферты от государства. В конце периода потребители тратят имеющиеся у них деньги на покупку товаров. Таким образом, в каждом периоде потребители имеют $M_{t-1} + \theta M_{t-1} = M_t$ денег на покупку товаров.

В отличие от стандартной микроэкономической модели мы предполагаем, что половина потребителей обновляет информацию о ценах на рынке по четным периодам, а вторая половина - по нечетным¹². В период регулярного обновления информации о ценах потребитель наблюдает все цены и выбирает, какие товары и в каких количествах потреблять. В периоды, когда потребитель не производит регулярного обновления информации, он видит цену только на тот товар, который он покупал в прошлом периоде в наибольшем количестве, и если фирма, производящая данный товар, еще существует. Если такая фирма еще существует, то потребитель может либо ограничить свою потребительскую корзину

¹¹Можно было бы предположить, что потребители сберегают часть денег в виде наличности и тратят их в наиболее подходящий момент. Такая возможность может быть исключена, например, предположением о том, что деньги могут быть украдены. Данное предположение не влияет на качественные выводы модели и сделано исключительно для простоты.

¹²Такое поведение может быть связано, например, с наличием издержек времени, которое потребители должны потратить, чтобы составить список цен на все товары.

товаром этой фирмы, либо понести дополнительные издержки в размере C , получить информацию о всех ценах и выбрать корзину, которая в большей степени соответствует его предпочтениям. Если этой фирмы (и, соответственно, товара) больше не существует, то потребитель вынужден понести издержки в размере C , получить информацию о всех ценах и выбрать новую корзину для потребления.

Таким образом, в период регулярного обновления информации о ценах потребитель должен найти компромисное решение. С одной стороны он хотел бы максимизировать текущую полезность. С другой стороны выбор корзины должен минимизировать вероятность необходимости обновления информации в следующем периоде. Ясно, что при достаточно большом дисконтировании (δ достаточно мала) первая задача доминирует вторую, т.е. потребитель просто максимизирует текущую полезность. Ниже мы покажем, при каких условиях реализуется такой случай, а пока будем просто предполагать, что параметры модели таковы, что данный случай реализуется.

В сделанных предположениях задача потребителя в период t регулярного обновления информации о ценах имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n A_{ij} x_{ijt} \rightarrow \max \\ s.t. : \sum_{j=1}^n P_{jt} x_{ijt} \leq M_t \end{aligned} \quad (7)$$

В период $t+1$, т.е. когда потребитель не производит регулярного обновления информации о ценах, задача потребителя имеет следующий вид:

$$\max(A_{ijt} \frac{M_t}{P_{j,t+1}}; U_{it+1}^e - C) \quad (8)$$

где j_t обозначает товар, который рассматриваемый потребитель покупал в наибольшем количестве в периоде t , а U_{it+1}^e - ожидаемая однопериодная полезность, которую получит потребитель в период $t+1$, если обновит информацию о ценах.

Если потребители формируют рациональные ожидания относительно полезности, которую они получают после обновления информации о ценах, то при принятии решения об обновлении информации ценах потребители должны сравнивать цену на товар, который они покупали в прошлом периоде и общий уровень цен в экономике. Таким образом, решение о пересмотре потребительской корзины никак не зависит от цены на потребляемый товар в прошлом периоде. Такой вывод не согласуется с эмпирическими данными из исследования Zbaracki (2004). Поэтому в нашей модели при формировании ожиданий

о возможном уровне полезности, который будет достигнут после обновления информации о ценах, потребители просто предполагают, что ожидаемая полезность равна полезности, которую потребитель имел в прошлом периоде. Таким образом,

$$U_{it+1}^e = A_{ijt} \frac{M_t}{P_{jt}} \quad (9)$$

Данный упрощенный (rule-of-thumb) подход кажется нам привлекательным не только потому, что он согласуется с эмпирическими данными о издержках фирм при изменении цены, но и потому, что формирование таких ожиданий значительно проще, чем построение рациональных ожиданий, с точки зрения потребителей. Такой подход может быть рационализован, например, предположением о том, что потребители несут издержки при осуществлении сложных вычислений.

Описав задачи фирм и потребителей, мы можем сформулировать понятия равновесия и стационарного равновесия.

3.1.3 Понятие стационарного равновесия

Дадим сначала определение равновесия в рассматриваемой экономике. Для этого введем два вспомогательных обозначения. Обозначим Y_t - множество молодых фирм в период t ; O_t - множество старых фирм в период t . Тогда понятие равновесия имеет следующий вид:

Определение 1. Набор цен на продукцию молодых фирм $\left\{ \{P_{jt}\}_{j \in Y_t} \right\}_{t=1}^{t \rightarrow \infty}$, функций цен на продукцию старых фирм $\left\{ \{P_{jt}(c_{jt})\}_{j \in O_t} \right\}_{t=1}^{t \rightarrow \infty}$, агрегированных цен $\{\bar{P}_t\}_{t=1}^{t \rightarrow \infty}$ функций спроса на продукцию молодых фирм $\left\{ \{q_{jt}(P_{jt})\}_{j \in O_t} \right\}_{t=1}^{t \rightarrow \infty}$, функций спроса на продукцию старых фирм $\left\{ \{q_{jt}(P_{jt-1}, P_{jt})\}_{j \in O_t} \right\}_{t=1}^{t \rightarrow \infty}$, начальных цен $\{P_{j0}\}_{j=1}^{j=n}$ и начальных потребительских корзин $\{x_{ij0}\}_{i=0, j=1}^{i=1, j=n}$ называется равновесием, если 1) функции спроса согласуются с решением задачи потребителя, 2) цены на продукцию молодых фирм и функции цен на продукцию старых фирм являются решением задачи производителя при заданных функциях спроса и агрегированных ценах, 3) агрегированные цены получаются взятием среднего арифметического из цен на продукцию всех фирм в текущий период, 4) начальные потребительские корзины $\{x_{ij0}\}_{i=0, j=1}^{i=1, j=n}$ являются решением задачи потребителя в период регулярного обновления информации о ценах (задача 7).

Таким образом, понятие равновесия позволяет нам восстановить всю траекторию цен на отдельные товары и объемы их производства в зависимости от начальных цен и реализую-

щихся траекторий издержек. Условие (4) в данном определении не является необходимым. Оно введено исключительно для того, чтобы функции спроса в период 1 были аналогичны функциям спроса в остальные периоды.

Как видно, в данном определении предполагается, что функции спроса на продукцию старых фирм $\{q_{jt}(P_{jt-1}, P_{jt})\}_{j=1, t=1}^{j=n, t \rightarrow \infty}$ зависят не только от текущей цены, но и от цены на рассматриваемый товар в прошлом периоде. Ниже будет показано, что сделанные предпосылки о поведении потребителей действительно приводят к таким функциям спроса.

В данной работе мы рассматриваем только стационарные равновесия¹³. Поэтому дадим определение стационарного равновесия.

Определение 2. *Предположим, что начальные цены $\{P_{j0}\}_{j=1}^{j=n}$ являются случайными независимыми величинами с распределением $F_0(P)$. Тогда равновесие называется стационарным, если распределение цен в каждый период времени $\{F_t(P)\}_{t=0}^{t \rightarrow \infty}$ удовлетворяет следующему свойству:*

$$F_t(P) = F_{t+1}(P(1 + \theta)) \quad (10)$$

Таким образом, в стационарном равновесии среднее арифметическое цен, которое имеет значение при определении уровня номинальных издержек фирм, растет с таким же темпом, как и денежная масса в экономике, т.е. с темпом θ .

В дальнейшем под инфляцией мы будем понимать темп роста среднего уровня цен¹⁴. Соответственно, в стационарном равновесии инфляция равна темпу роста денежной массы.

Теперь, когда мы полностью описали модели и ввели все необходимые определения, перейдем к решению модели и поиску стационарных равновесий.

3.2 Решение модели

Будем решать модель в три шага. На первом шаге решим задачу потребителя и выведем функцию спроса на отдельные товары. На втором шаге лог-квадратируем задачу производителя с учетом полученных на первом шаге функций спроса. Для того, чтобы данная

¹³В данной работе нас в первую очередь интересуют долгосрочные последствия инфляции. Поэтому мы не рассматриваем краткосрочную динамику модели и не изучаем вопрос о переходе экономики в стационарное равновесие.

¹⁴Хотя такое определение инфляции не является общепринятым (обычно для определения инфляции понимают темп роста средневзвешенного по объемам потребления или производства уровня цен), оно совпадает с общепринятым определением в первом приближении.

процедура имела смысл, мы введем следующие ограничения на значения параметров модели:

$$\theta \ll 1; \frac{c_2 - c_1}{c_0} \ll 1 \quad (11)$$

Данные предположения означают, что цены на отдельные товары не сильно отличаются от средней (среднего арифметического) цены в экономике. На третьем шаге решим приближенную задачу производителя, найдем равновесия и покажем, что исследуемый далее тип равновесия реализуется на ненулевом множестве возможных значений параметров модели. Мы не будем полностью изучать при каких параметрах реализуется исследуемый тип равновесия, но приведем пример таких значений.

3.2.1 Функции спроса

Рассмотрим сначала задачу потребителя в период, когда он не предполагает делать регулярное обновления информации о ценах. Обозначим рассматриваемый период через t . Подставляя ожидаемую полезности после обновления информации из формулы 9 в задачу потребителя в этот период, выписанную в формуле 8, находим условие, при котором потребитель решит обновить информацию о ценах и составить более подходящую корзину для потребления:

$$A_{ijt-1} \frac{M_{t-1}}{P_{j_{i-1}t-1}} - A_{ijt-1} \frac{M_{t-1}(1 + \theta)}{P_{j_{i-1}t-1}(1 + \pi_{j_{i-1}t})} > C \quad (12)$$

где $\pi_{jt} = P_{jt}/P_{j_{t-1}} - 1$. Вынося в левой части данной формулы общие множители за скобки, имеем:

$$A_{ijt-1} \frac{M_{t-1}(\pi_{j_{i-1}t} - \theta)}{P_{j_{i-1}t-1}(1 + \pi_{j_{i-1}t})} > C \quad (13)$$

С помощью этой формулы мы можем определить, как зависит доля теряемых фирмой покупателей из числа тех, кто выбрал товар данной фирмы в результате регулярного обновления информации о ценах, от роста цены на товар данной фирмы. Мы выводим эту зависимость в теореме 1.

Теорема 1. *Наугад выбранный потребитель i в период t из числа тех, кто в прошлом периоде на регулярной основе обновил информацию о ценах и выбрал товар j откажется от потребления данного товара в текущий период с вероятностью:*

$$\alpha(\pi_{jt}) = 1 - e^{-n \frac{M_t(\pi_{jt} - \theta)}{CP_t(1 + \pi_{jt})}} \quad (14)$$

Доказательство: Для вывода этой функции введем следующее обозначение:

$$C' = \frac{C(1 + \pi_{jt})}{M_t(\pi_{jt} - \theta)} \quad (15)$$

Тогда по определению функция $\alpha(\pi_{jt})$ равна (после логарифмирования формулы 13):

$$\alpha(\pi_{jt}) = Prob(a_{ij} - p_{jt-1} > \ln C' | a_{ij} - p_{jt-1} > a_{ik} - p_{kt-1} \forall k \neq j) \quad (16)$$

где, как обычно, строчные буквы обозначают натуральный логарифм заглавных. Обозначим событие, стоящее перед знаком условия через A , а событие после условия через B .

Тогда изучаемую функцию можно переписать в виде:

$$\alpha(\pi) = Prob(A|B) = \frac{Prob(AB)}{Prob(B)} \quad (17)$$

Легко показать, что вероятность события B равна:

$$Prob(B) = \frac{e^{-p_t j}}{\sum_{k=1}^n e^{-p_t k}} \quad (18)$$

Вычислим вероятность события AB . По условию:

$$Prob(AB) = \int_{\ln C'}^{+\infty} e^{-e^{-x} \sum_{k=1}^n e^{-p_{kt-1}}} e^{-x-p_{jt-1}} dx \quad (19)$$

Легко проверить, что первообразная соответствующего неопределенного интеграла равна:

$$G(y) = \frac{e^{-p_{jt-1}}}{\sum_{k=1}^n e^{-p_{kt-1}}} e^{-e^{-y} \sum_{k=1}^n e^{-p_{kt-1}}} + Const \quad (20)$$

Следовательно рассматриваемый интеграл равен:

$$Prob(AB) = \frac{e^{-p_{jt-1}}}{\sum_{k=1}^n e^{-p_{kt-1}}} \left(1 - e^{-e^{-\ln C'} \sum_{k=1}^n e^{-p_{kt-1}}} \right) \quad (21)$$

Искомая функция $\alpha(\pi)$ в свою очередь тогда имеет вид (в первом приближении при достаточно большом n):

$$\alpha(\pi_{jt}) = 1 - e^{-n \frac{M_t(\pi_{jt}-\theta)}{C P_t(1+\pi_{jt})}}$$

Что и требовалось доказать.

С ростом количества фирм в экономике n выведенная функция поточечно сходится к следующей функции:

$$\alpha(\pi_{jt}) \rightarrow \alpha'(\pi_{jt}) = \begin{cases} 0 & \text{если } \pi_{jt} \leq \theta \\ 1 & \text{если } \pi_{jt} > \theta \end{cases} \quad (22)$$

Поэтому в дальнейшем, при выведении функции спроса на продукцию фирмы, мы будем предполагать доля теряемых потребителей определяется функцией $\alpha'()$, а не $\alpha()$. Такое приближение существенно упрощает последующий анализ задачи производителя.

Теперь мы можем получить функцию спроса на продукцию фирмы. Мы выводим данную функцию в теореме 2.

Теорема 2. *Функция спроса в период t на продукцию фирмы j имеет следующий вид:*

$$q_j(P_{jt-1}, P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t) = \frac{1}{2n} \left(\frac{\bar{P}_{t-1}}{P_{jt-1}} (1 - \alpha'(\pi_{jt})) + (1 + \phi(\{P\}_{jt}) \frac{\bar{P}_t}{P_{jt}}) \right) \frac{M_t}{P_{jt}} \quad (23)$$

где $\frac{\phi(\{P\}_{jt})}{2}$ - доля потребителей, которые совершают нерегулярное обновление информации о ценах.

Доказательство: Как следует из задачи потребителя, если какой-либо потребитель покупает продукт рассматриваемого производителя, то объем покупки равен M_t/P_{jt} (в периоде t). Следовательно, для получения функции спроса, нам необходимо вычислить долю потребителей, которые покупают данный продукт.

Рассмотрим сначала потребителей, которые в текущий период обновили информацию о ценах. Доля таких потребителей равна $\frac{1+\phi}{2}$, т.к. половина потребителей обновляют информацию о ценах в текущий период на регулярной основе, а доля $\frac{\phi}{2}$ - на не регулярной. Такой наугад выбранный потребитель i покупает продукт j с вероятностью:

$$Prob = Prob(a_{ij} - p_{jt} > a_{ik} - p_{kt}, \forall k \neq j) \quad (24)$$

С учетом формулы 6 легко доказать, что данная вероятность равна:

$$Prob = \frac{e^{-p_{jt}}}{\sum_{k=1}^n e^{-p_{kt}}} \quad (25)$$

В первом приближении (т.е. при условии $|p_{jt} - \bar{p}_t| \ll 1$) мы можем переписать эту вероятность в виде:

$$Prob = \frac{1}{n} e^{\bar{p}_t - p_{jt}} = \frac{1}{n} \frac{\bar{P}_t}{P_{jt}} \quad (26)$$

Что касается потребителей, которые сделали выбор на основе регулярного обновления информации в прошлом периоде, то вероятность того, что в текущем периоде такой потребитель выберет рассматриваемый товар, равна произведению вероятностей того, что он выбрал данный товар в прошлом периоде, и того, что он не уйдет от данного производителя в текущем периоде.

Соответственно функция спроса в момент времени t на продукт j имеет вид:

$$q_j(P_{jt-1}, P_{jt}; \{P\}_{jt}, M_t) = \frac{1}{2n} \left(\frac{\bar{P}_{t-1}}{P_{jt-1}} (1 - \alpha'(\pi_{jt})) + (1 + \phi(\{P\}_{jt}) \frac{\bar{P}_t}{P_{jt}}) \right) \frac{M_t}{P_{jt}}$$

Что и требовалось доказать.

Таким образом, функция спроса действительно зависит не только от цены в текущем периоде, но и от цены в прошлом периоде. Это оправдывает запись задачи производителя в виде 4.

Теперь мы можем перейти к лог-квадратизации задачи производителя.

3.2.2 Лог-квадратизация задачи фирмы

Как уже говорилось выше, чтобы процедура лог-квадратизации имела смысл, мы вводим ограничения на значения параметров, введенные в формуле 11, которые означают, что в равновесии цены не слишком сильно отличаются от среднего уровня цен. Для удобства последующих выкладок, введем следующее обозначение:

$$\gamma_{jt} = \frac{P_{jt}}{\bar{P}_t} - 1 \quad (27)$$

Кроме того, чтобы не загромождать формулы, будем опускать индекс фирмы j и параметры $\{P\}_{jt}$ и M_t , на которые фирма не влияет там, где это не приводит к недоразумениям. Мы проводим лог-квадратизацию в следующей лемме:

Лемма 1. *Задача фирмы во втором приближении имеет следующий вид:*

$$V_t = \max_{\gamma_t, \gamma_{t+1}} (A^3 + C^3 \gamma_t + F^3 \gamma_t^2 + (1 - \lambda) \delta \xi) \quad (28)$$

Формулы для коэффициентов данных формул приведены в доказательстве.

Доказательство: Сначала разложим в ряд Тейлора спрос на продукцию фирмы. Спрос на продукцию фирмы в момент времени t равен:

$$q_t(P_{t-1}, P_t) = \begin{cases} \eta \left(\frac{\bar{P}_t \bar{P}_{t-1}}{P_t P_{t-1}} + (1 + \phi) \frac{\bar{P}_t^2}{P_t^2} \right) & \text{если } P_t \leq P_{t-1}(1 + \theta) \\ \eta(1 + \phi) \frac{\bar{P}_t^2}{P_t^2} & \text{если } P_t > P_{t-1}(1 + \theta) \end{cases} \quad (29)$$

где $\eta = \frac{1}{2n} \frac{M_t}{\bar{P}_t}$. Мы не пишем индекс t у η и ϕ , т.к. в стационарном равновесии (по определению) η и ϕ постоянны во времени. Рассмотрим сначала первый случай, т.е. случай, когда $P_t \leq P_{t-1}(1 + \theta)$. Имеем:

$$q_t = \eta((1 - \gamma_t + \gamma_t^2)(1 - \gamma_{t-1} + \gamma_{t-1}^2) + (1 + \phi)(1 - \gamma_t + \gamma_t^2)^2) \quad (30)$$

После элементарных преобразований данная формула имеет вид:

$$q_t = \eta(2 + \phi - \gamma_{t-1} - (1 + 2(1 + \phi))\gamma_t + \gamma_{t-1}^2 + \gamma_{t-1}\gamma_t + (1 + 3(1 + \phi))\gamma_t^2) \quad (31)$$

Соответственно:

$$q_t^\beta = ((2 + \phi)\eta)^\beta \left(1 - \frac{\beta}{2 + \phi} \gamma_{t-1} - \frac{(1 + 2(1 + \phi))\beta}{2 + \phi} \gamma_t + \left(\frac{\beta}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)}{2(2 + \phi)^2} \right) \gamma_{t-1}^2 + \left(\frac{\beta}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)(1 + 2(1 + \phi))}{(2 + \phi)^2} \right) \gamma_{t-1}\gamma_t + \left(\frac{\beta(1 + 3(1 + \phi))}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)(1 + 2(1 + \phi))^2}{2(2 + \phi)^2} \right) \gamma_t^2 \right) \quad (32)$$

Во втором случае, т.е. когда $P_t > P_{t-1}(1 + \theta)$, имеем:

$$q_t = (1 + \phi)\eta(1 - \gamma_t + \gamma_t^2)^2 \quad (33)$$

После элементарных преобразований данная формула имеет вид:

$$q_t = (1 + \phi)\eta(1 - 2\gamma_t + 3\gamma_t^2) \quad (34)$$

Соответственно:

$$q_t^\beta = ((1 + \phi)\eta)^\beta(1 - 2\beta\gamma_t + (2\beta^2 + \beta)\gamma_t^2) \quad (35)$$

В первом случае реальный доход во втором приближении равен (напомним, что реальные величины мы определили как номинальные, деленные на среднее арифметическое уровня цен):

$$\frac{TR_t}{\bar{P}_t} = (1 + \gamma_t)q_t(P_{t-1}, P_t) = \eta(2 + \phi - \gamma_{t-1} - (1 + \phi)\gamma_t + \gamma_{t-1}^2 + (1 + \phi)\gamma_t^2) \quad (36)$$

Соответственно, реальная прибыль, при условии, что коэффициент, определяющий издержки фирмы, равен c , равна:

$$\begin{aligned} \frac{\pi_t(c, \gamma_{t-1}, \gamma_t)}{\bar{P}_t} &= \eta(2 + \phi) - c((2 + \phi)\eta)^\beta + (-\eta + c((2 + \phi)\eta)^\beta \frac{\beta}{2 + \phi})\gamma_{t-1} + \\ &+ (-\eta(1 + \phi) + c((2 + \phi)\eta)^\beta \frac{(1 + 2(1 + \phi))\beta}{2 + \phi})\gamma_t + \\ &+ (\eta - c((2 + \phi)\eta)^\beta (\frac{\beta}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)}{2(2 + \phi)^2}))\gamma_{t-1}^2 - \\ &- c((2 + \phi)\eta)^\beta (\frac{\beta}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)(1 + 2(1 + \phi))}{(2 + \phi)^2})\gamma_{t-1}\gamma_t + \\ &+ (\eta(1 + \phi) - c((2 + \phi)\eta)^\beta (\frac{\beta(1 + 3(1 + \phi))}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)(1 + 2(1 + \phi))^2}{2(2 + \phi)^2}))\gamma_t^2 \quad (37) \end{aligned}$$

Во втором случае реальный доход во втором приближении равен:

$$\frac{TR_t}{\bar{P}_t} = (1 + \gamma_t)q_t(P_{t-1}, P_t) = (1 + \phi)\eta(1 - \gamma_t + \gamma_t^2) \quad (38)$$

Соответственно, реальная прибыль равна:

$$\begin{aligned} \frac{\pi_t(c, \gamma_{t-1}, \gamma_t)}{\bar{P}_t} &= (1 + \phi)\eta - c((1 + \phi)\eta)^\beta + (-(1 + \phi)\eta + 2c\beta((1 + \phi)\eta)^\beta)\gamma_t + \\ &+ ((1 + \phi)\eta - c(2\beta^2 + \beta)((1 + \phi)\eta)^\beta)\gamma_t^2 \quad (39) \end{aligned}$$

Для упрощения будущих выкладок введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
A_i^1 &= \eta(2 + \phi) - c_i((2 + \phi)\eta)^\beta \\
B_i^1 &= -\eta + c_i((2 + \phi)\eta)^\beta \frac{\beta}{2 + \phi} \\
C_i^1 &= -\eta(1 + \phi) + c_i((2 + \phi)\eta)^\beta \frac{(1 + 2(1 + \phi))\beta}{2 + \phi} \\
D_i^1 &= \eta - c_i((2 + \phi)\eta)^\beta \left(\frac{\beta}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)}{2(2 + \phi)^2} \right) \\
E_i^1 &= -c_i((2 + \phi)\eta)^\beta \left(\frac{\beta}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)(1 + 2(1 + \phi))}{(2 + \phi)^2} \right) \\
F_i^1 &= \eta(1 + \phi) - c_i((2 + \phi)\eta)^\beta \left(\frac{\beta(1 + 3(1 + \phi))}{2 + \phi} + \frac{\beta(\beta - 1)(1 + 2(1 + \phi))^2}{2(2 + \phi)^2} \right) \\
A_i^2 &= (1 + \phi)\eta - c_i((1 + \phi)\eta)^\beta \\
C_i^2 &= -(1 + \phi)\eta + 2c_i\beta((1 + \phi)\eta)^\beta \\
F_i^2 &= (1 + \phi)\eta - c_i(2\beta^2 + \beta)((1 + \phi)\eta)^\beta
\end{aligned} \tag{40}$$

В данных обозначениях формулы для прибылей в первом и втором случае переписутся соответственно в видах:

$$\begin{aligned}
\frac{\pi_t(c_i, \gamma_{t-1}, \gamma_t)}{\bar{P}_t} &= A_i^1 + B_i^1\gamma_{t-1} + C_i^1\gamma_t + D_i^1\gamma_{t-1}^2 + E_i^1\gamma_{t-1}\gamma_t + F_i^1\gamma_t^2 \\
\frac{\pi_t(c_i, \gamma_{t-1}, \gamma_t)}{\bar{P}_t} &= A_i^2 + C_i^2\gamma_t + F_i^2\gamma_t^2
\end{aligned} \tag{41}$$

Кроме того, если $P_t = P_{t-1}$, то в стационарном равновесии во втором приближении $\gamma_t = \gamma_{t-1} - \theta - \gamma_{t-1}\theta + \theta^2$, а реальная прибыль:

$$\frac{\pi_t(c_i, \gamma_{t-1}, \gamma_{t-1})}{\bar{P}_t} = A_i^1 - C_i^1\theta + C_i^1\theta^2 + F_i^1\theta^2 + (B_i^1 + C_i^1 - C_i^1\theta - E_i^1\theta - 2F_i^1\theta)\gamma_{t-1} + (D_i^1 + E_i^1 + F_i^1)\gamma_{t-1}^2 \tag{42}$$

Во введенных обозначениях задача фирмы в момент времени t записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned}
V_t = \max_{\gamma_t, \gamma_{t+1}} & (A_0^2 + C_0^2\gamma_t + F_0^2\gamma_t^2 + \lambda\delta(A_1^1 - C_1^1\theta + C_1^1\theta^2 + F_1^1\theta^2 + (B_1^1 + C_1^1 - C_1^1\theta - E_1^1\theta - 2F_1^1\theta)\gamma_t + \\
& + (D_1^1 + E_1^1 + F_1^1)\gamma_t^2) + (1 - \lambda)\delta\xi \tag{43}
\end{aligned}$$

где

$$\xi = \begin{cases} A_2^1 + B_2^1\gamma_t + C_2^1\gamma_{t+1} + D_2^1\gamma_t^2 + E_2^1\gamma_t\gamma_{t+1} + F_2^1\gamma_{t+1}^2 & \text{если } \gamma_{t+1} \leq \gamma_t \\ A_2^2 + C_2^2\gamma_{t+1} + F_2^2\gamma_{t+1}^2 & \text{если } \gamma_{t+1} > \gamma_t \end{cases}$$

Для дальнейшего упрощения будущих выкладок введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A^3 &= A_0^2 + \lambda\delta(A_1^1 - C_1^1\theta + C_1^1\theta^2 + F_1^1\theta^2) \\ C^3 &= C_0^2 + \lambda\delta(B_1^1 + C_1^1 - C_1^1\theta - E_1^1\theta - 2F_1^1\theta) \\ F^3 &= F_0^2 + \lambda\delta(D_1^1 + E_1^1 + F_1^1) \end{aligned} \quad (44)$$

В таких обозначениях задача фирмы имеет вид:

$$V_t = \max_{\gamma_t, \gamma_{t+1}} (A^3 + C^3\gamma_t + F^3\gamma_t^2 + (1 - \lambda)\delta\xi) \quad (45)$$

Что и требовалось доказать.

Данная лемма позволит нам в следующем разделе получить аналитическую формулу приближенного решения задачи фирмы.

3.2.3 Равновесия

В данном разделе мы будем предполагать, что параметры F_2^1 , F_2^2 , F^3 , $F^3 + (1 - \lambda)\delta(D_2^1 - \frac{(E_2^1)^2}{4F_2^1})$ и $F^3 + (1 - \lambda)\delta(D_2^1 + E_2^1 + F_2^1)$ отрицательны, а после того, как найдем стационарные равновесия, покажем, что в исследуемом далее равновесии это действительно так. Кроме того, мы приведем пример того, при каких параметрах реализуется исследуемое далее равновесие. Если сделанное предположение верно, то условия первого порядка являются достаточными для нахождения максимума рассматриваемой задачи.

Условие первого порядка для γ_{t+1} имеют следующий вид. Если $\gamma_{t+1} \leq \gamma_t$, то

$$C_2^1 + E_2^1\gamma_t + 2F_2^1\gamma_{t+1} = 0 \quad (46)$$

Если $\gamma_{t+1} > \gamma_t$, то

$$C_2^2 + 2F_2^2\gamma_{t+1} = 0 \quad (47)$$

Соответственно возможны 3 варианта:

$$\gamma_{t+1} = \begin{cases} -\frac{C_2^1 + E_2^1\gamma_t}{2F_2^1} & \text{если } -\frac{C_2^1 + E_2^1\gamma_t}{2F_2^1} \leq \gamma_t \\ \gamma_t & \text{если } A_2^1 + (B_2^1 + C_2^1)\gamma_t + (D_2^1 + E_2^1 + F_2^1)\gamma_t^2 \geq A_2^2 - \frac{(C_2^2)^2}{4F_2^2} \text{ и } -\frac{C_2^1 + E_2^1\gamma_t}{2F_2^1} > \gamma_t \\ -\frac{C_2^2}{2F_2^2} & \text{если } A_2^1 + (B_2^1 + C_2^1)\gamma_t + (D_2^1 + E_2^1 + F_2^1)\gamma_t^2 < A_2^2 - \frac{(C_2^2)^2}{4F_2^2} \text{ и } -\frac{C_2^1 + E_2^1\gamma_t}{2F_2^1} > \gamma_t \end{cases} \quad (48)$$

В первом случае оптимальный выбор текущей цены γ_t равен:

$$\gamma_t = -\frac{C^3 + (1 - \lambda)\delta(B_2^1 - \frac{C_2^1 E_2^1}{2F_2^1})}{2(F^3 + (1 - \lambda)\delta(D_2^1 - \frac{(E_2^1)^2}{4F_2^1}))} \quad (49)$$

Во втором случае:

$$\gamma_t = -\frac{C^3 + (1 - \lambda)\delta(B_2^1 + C_2^1)}{2(F^3 + (1 - \lambda)\delta(D_2^1 + E_2^1 + F_2^1))} \quad (50)$$

В третьем случае:

$$\gamma_t = -\frac{C^3}{2F^3} \quad (51)$$

В первом случае фирмы знают, что даже в случае реализации в следующем периоде высоких издержек они смогут сохранить всех покупателей. Следовательно, в отличие от классической экономической модели, у фирм возникает дополнительный стимул установить более низкую цену в текущем периоде, т.к. это позволит им привлечь больше покупателей не только сегодня, но и завтра. Во втором случае ситуация изменяется, т.к. теперь возникает риск потери потребителей при реализации высоких издержек. Это означает, что у фирм появляется дополнительный стимул установить более высокую цену сегодня, т.к. это позволит не так сильно изменять (увеличивать) цену при реализации высоких издержек, что поможет не потерять покупателей. Как уже говорилось в начале статьи, ключевая идея данной работы заключается в том, что рассмотренный стимул устанавливать более высокую цену уменьшается при увеличении инфляции в стационарном равновесии. В третьем случае фирмы понимают, что в случае реализации высоких издержек в следующем периоде, они будут вынуждены повысить цену на столько, что потеряют всех текущих потребителей. Поэтому при выборе текущей цены они в меньшей степени по сравнению с первым случаем стараются установить более низкую цену (хотя стимул устанавливать заниженную цену частично сохраняется, т.к. в случае реализации низких издержек в следующем периоде фирмы сохраняют текущих потребителей).

Параметр η , косвенно определяющий средний уровень цен в экономике, в равновесии определяется из условия, что в среднем отклонение цены фирмы от средней цены равно нулю. Далее мы будем рассматривать только второй тип равновесий, т.е. равновесия, где старые фирмы при условии реализации высоких издержек хотели бы повысить цену на свой товар сильнее, чем темп инфляции в экономике, но не делают этого по причине того, что это приведет к потере заработанных в прошлом периоде потребителей. В этом случае молодые фирмы устанавливают цену (отклонение от средней цены) γ_t , заданное в формуле 50. Доля λ старых фирм устанавливают цену $\gamma_t - \theta$ (в первом приближении), а

доля $1 - \lambda$ - цену γ_t . Соответственно параметр η определяется из следующего условия:

$$(1 + (1 - \lambda))\gamma_t + \lambda(\gamma_t - \theta) = 0 \quad (52)$$

Данная формула после простейших преобразований имеет вид:

$$\gamma_t = \frac{\lambda\theta}{2} \quad (53)$$

Кроме того, мы можем определить параметр ϕ . В рассматриваемом типе равновесия старые фирмы не теряют потребителей, которых они приобрели в прошлом периоде, ни при какой реализации издержек. Следовательно в таком равновесии ϕ равно доле потребителей, которые выбирают товары старых фирм среди тех, кто обновляет информацию о ценах на регулярной основе. Соответственно, как следует из теоремы 2, эта доля в первом приближении равна:

$$\phi = \frac{1}{2}(1 + \gamma_t) = \frac{1}{2} + \frac{\lambda\theta}{4} \quad (54)$$

Объединяя формулы 50, 53 и 54, после подстановок всех введенных коэффициентов получаем следующее уравнение на η :

$$\begin{aligned} \eta \left(\frac{5}{2}\delta + \frac{3}{2} \right) + \lambda\theta\eta \left(-\frac{5}{4} - \frac{3}{4}\delta \right) = \beta c_0 \eta^\beta \left(\frac{9}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \delta + 2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta \right) + \\ + \lambda\theta\eta^\beta \left(- \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \delta c_0 \frac{91\beta^2 + 54\beta}{50} - \left(\frac{3}{2} \right)^\beta c_0 \left(\frac{5}{3}\beta^3 + \beta \right) + \frac{80}{25} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \delta c_1 \beta^2 \right) \end{aligned} \quad (55)$$

При $\theta = 0$ данная формула упрощается до:

$$\eta^{\beta-1} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\delta}{c_0\beta \left(2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta + \delta \frac{9}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \right)} \quad (56)$$

Покажем теперь, что при найдем η условия первого порядка дают максимум задачи производителя, т.е. коэффициенты F_2^1 , F_2^2 , F^3 , $F^3 + (1-\lambda)\delta(D_2^1 - \frac{(E_2^1)^2}{4F_2^1})$ и $F^3 + (1-\lambda)\delta(D_2^1 + E_2^1 + F_2^1)$ отрицательны. Мы покажем, что данные коэффициенты отрицательны в нулевом приближении при малом θ . Кроме того, там, где невозможно получить аналитическое доказательство, мы будем использовать численное решение, предполагая при этом, что $c_0 = c_1 = c_2$ и $\delta = 1$.

Рассмотрим сначала параметр F_2^1 . В нулевом приближении имеем:

$$F_2^1 < F_0^1 = \eta \left(\frac{3}{2} - \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \frac{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\delta}{2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta + \delta \frac{9}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta} \frac{32\beta + 23}{25} \right) \quad (57)$$

Выражение в скобках отрицательно при

$$\frac{9}{4} - \left(\frac{5}{2}\right)^\beta \frac{\frac{3}{2} + \frac{15}{4}\delta}{2\left(\frac{3}{2}\right)^\beta + \delta\frac{9}{5}\left(\frac{5}{2}\right)^\beta} \frac{32\beta + 23}{25} < 0 \quad (58)$$

Данное выражение отрицательно, когда

$$9 \left(2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta + \delta \frac{9}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \right) < 4 \left(\frac{5}{2} \right)^\beta \frac{32\beta + 23}{25} \left(\frac{3}{2} + \frac{15}{4}\delta \right) \quad (59)$$

Данное выражение равносильно

$$\left(\frac{5}{3} \right)^\beta \left(4 \frac{32\beta + 23}{25} \left(\frac{3}{2} + \frac{15}{4}\delta \right) - \frac{81}{5}\delta \right) - 18 > 0 \quad (60)$$

Выражение слева возрастает по β . Следовательно, данное неравенство выполнено, если оно выполнено при $\beta = 1$, т.е.

$$\frac{5}{3} \left(\frac{330}{25} + \frac{420}{25}\delta \right) - 18 > 0 \quad (61)$$

Выражение слева возрастает по δ . Следовательно, данное неравенство выполнено, если оно выполнено при $\delta = 0$, т.е.

$$22 - 18 = 4 > 0 \quad (62)$$

Таким образом, мы доказали, что $F_2^1 < 0$.

Рассмотрим теперь F_2^2 . В нулевом приближении по θ имеем:

$$F_2^2 = \eta \left(\frac{3}{2} - c_2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta (2\beta^2 + \beta)\eta^{\beta-1} \right) < \eta \left(\frac{3}{2} - c_0 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta (2\beta^2 + \beta)\eta^{\beta-1} \right) \quad (63)$$

Как следует из формулы 56, при увеличении β параметр $\eta^{\beta-1}$ падает быстрее, чем растет сумма $(2\beta^2 + \beta) \left(\frac{3}{2}\right)^\beta$. Следовательно, при больших β рассматриваемый коэффициент окажется положительным. Чтобы найти, при каких параметрах модели данный коэффициент будет отрицательным, мы используем численное решение. На рис.1 представлен график выражения в скобках при $c_0 = 1$ и $\delta = 1$. Как следует видно из данного графика, рассматриваемый коэффициент отрицателен при данных параметрах модели, если $\beta < 5.6$ ¹⁵.

Рассмотрим теперь коэффициент F^3 . Мы показали, что коэффициент F_0^2 отрицателен при $\beta < 5.6$. Покажем, что сумма $D_1^1 + E_1^1 + F_1^1$ отрицательна при $c_0 = c_1 = c_2$.

¹⁵Положительные коэффициенты при квадратичных членах в задаче фирмы получаются из-за того, что мы сделали непральное предположение о том, что при данных параметрах модели рассматриваемое решение является равновесием.

Действительно, имеем

$$D_1^1 + E_1^1 + F_1^1 = \eta \left(\frac{5}{2} - \left(\frac{5}{2} \right)^\beta (2\beta + 1) \frac{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\delta}{2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta + \delta \frac{9}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta} \right) \quad (64)$$

Выражение в скобках отрицательно при

$$\frac{15}{4} - \left(\frac{5}{2} \right)^\beta (2\beta + 1) \frac{\frac{3}{2} + \frac{15}{4}\delta}{2 \left(\frac{3}{2} \right)^\beta + \delta \frac{9}{5} \left(\frac{5}{2} \right)^\beta} < 0 \quad (65)$$

Данное выражение отрицательно, если

$$\left(\frac{5}{3} \right)^\beta \left(\left(3 + \frac{15}{2}\delta \right) + \frac{3}{2} - 3\delta \right) - \frac{15}{2} > 0 \quad (66)$$

Т.к. $\beta > 1$, то выражение в левой части возрастает по δ . Кроме того, оно также возрастает по β . Следовательно, данное неравенство выполнено, если оно выполнено при $\delta = 0$ и $\beta = 1$. При этих параметрах в левой части имеет следующий вид:

$$\frac{5}{3} \left(3 + \frac{3}{2} \right) - \frac{15}{2} = 0 \quad (67)$$

Таким образом, $D_1^1 + E_1^1 + F_1^1 > 0$, если $\delta > 0$. Т.к. $F^3 = F_0^2 + \lambda\delta(D_1^1 + E_1^1 + F_1^1)$, то при $\beta < 5.6$ коэффициент F^3 отрицателен. Кроме того, т.к. $F^3 + (1 - \lambda)\delta(D_2^1 + E_2^1 + F_2^1) = F_0^2 + \delta(D_0^1 + E_0^1 + F_0^1)$, то мы также доказали, что при $\beta < 5.6$ коэффициент $F^3 + (1 - \lambda)\delta(D_2^1 + E_2^1 + F_2^1)$ также отрицателен.

Итак, нам осталось исследовать один коэффициент $F^3 + (1 - \lambda)\delta \left(D_2^1 - \frac{(E_2^1)^2}{4F_2^1} \right)$. Заметив, что выражение $F^3 + (1 - \lambda)\delta \left(D_2^1 - \frac{(E_2^1)^2}{4F_2^1} \right)$ линейно по λ линейно, мы получаем, что данное выражение отрицательно, если оно отрицательно при $\lambda = 0$ и $\lambda = 1$. График этого коэффициента в зависимости от β в предположении, что $\delta = 1$, $c_0 = c_1 = c_2$ и $\lambda = 0$ представлен на рис.2. Как видно из данного графика, рассматриваемый коэффициент отрицателен при $\beta < 5.1$. При $\lambda = 1$ рассматриваемое выражение равно F^3 . Следовательно, данное выражение отрицательно при $\beta < 5.1$.

Таким образом, мы показали, что в нулевом приближении при малых θ , $\frac{c_1}{c_0}$ и δ не слишком сильно отличающихся от единицы все рассматриваемые коэффициенты отрицательны по крайней мере при $\beta < 5.1$. Из непрерывности данных коэффициентов следует, что они также отрицательны в первом приближении, т.е. при небольших отклонениях от изученных частных значений параметров модели. Это означает, что выписанные условия первого порядка в задаче производителя действительно дают максимум прибыли фирмы.

Покажем теперь, что рассмотренное равновесие реализуется на непустом множестве параметров модели. Для этого положим $\theta = 0$, $c_0 = c_1 = c_2 = 1$ и $\delta = 1$ и посмотрим

при каких β реализуется рассмотренное равновесие. При сделанных предположениях, как следует из формулы 53, выбираемая молодой фирмой цена равна средней цене в экономике: $\gamma_t = 0$. Соответственно, как следует из формулы 48, рассмотренное равновесие реализуется, если выполнены следующие неравенства:

$$-\frac{C_2^1}{2F_2^1} > 0 \quad A_2^1 - A_2^2 + \frac{(C_2^2)^2}{4F_2^2} \geq 0 \quad (68)$$

Рассмотрим первое неравенство. Как мы уже показали, $F_2^1 < 0$. Следовательно, данное неравенство выполнено тогда и только тогда, когда $C_2^1 > 0$. Из определения C_2^1 данное неравенство выполнено тогда и только тогда, когда

$$\left(\frac{5}{2}\right)^\beta \frac{8}{5} \frac{\frac{3}{2} + \frac{15}{4}}{2\left(\frac{3}{2}\right)^\beta + \frac{9}{5}\left(\frac{5}{2}\right)} - \frac{3}{2} > 0 \quad (69)$$

Это неравенство выполнено при

$$\left(\frac{5}{2}\right)^\beta \frac{8}{5} \frac{\frac{3}{2} + \frac{15}{4}}{2\left(\frac{3}{2}\right)^\beta + \frac{9}{5}\left(\frac{5}{2}\right)} - \frac{9}{4} > 0 \quad (70)$$

Данное неравенство может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{87}{20} \left(\frac{5}{2}\right)^\beta - \frac{9}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^\beta > 0 \quad (71)$$

Очевидно, что это неравенство выполнено при всех $\beta > 1$.

Рассмотрим теперь второе неравенство. На рис.3 представлен график левой части неравенства в зависимости от β . Как видно из этого графика, данное неравенство выполнено при всех $\beta < 4.0$ ¹⁶.

Таким образом, мы показали, что данное равновесие реализуется на ненулевом множестве возможных параметров модели. Покажем теперь при каких условиях задача потребителя в данном равновесии разбивается на отдельные максимизации однопериодных прибылей. В период регулярного обновления информации о ценах потребитель видит два типа цен: $\gamma_t = \frac{\lambda\theta}{2}$ и $\gamma_t = \frac{\lambda\theta}{2} - \theta$. Потребитель знает, что товары с низкими ценами производятся старыми фирмами и в следующем периоде исчезнут. Товары с высокими ценами производятся с вероятностью $\frac{1}{2-\lambda}$ молодыми фирмами и с вероятностью $\frac{1-\lambda}{2-\lambda}$ старыми фирмами. Поэтому, выбирая более дешевый товар, потребитель заведомо обрекает себя понести издержки C в следующем периоде, т.к. такой товар с вероятностью 1 исчезнет

¹⁶В области $\beta = 5.6$ F_2^2 обращается в 0. Соответственно, левая часть рассматриваемого неравенства обращается в бесконечность.

Рис.1а

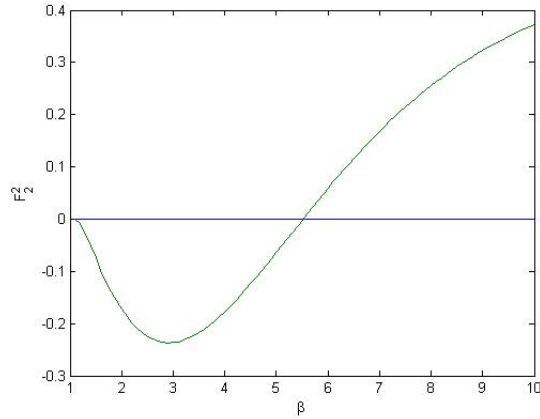
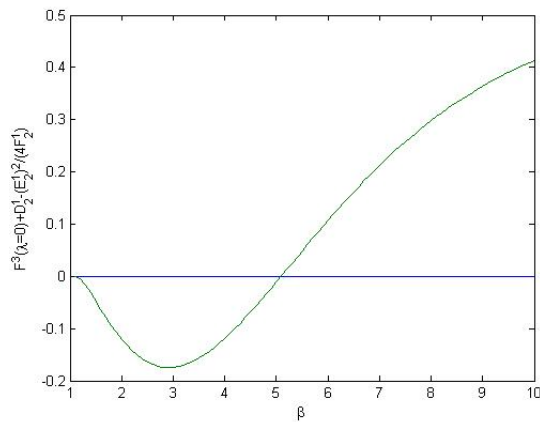


Рис.2



в следующем периоде. Однако, как следует из доказательства теоремы 1, при положительной инфляции в экономике $\theta > 0$ вероятность того, что суммарная дисконтированная полезность потребителя от покупки более дешевого товара при условии, что более дешевый товар дает потребителю большую полезность, стремится к 1 при стремлении количества фирм n к бесконечности. Таким образом, мы считаем, что задача потребителя разбивается на однопериодные задачи при положительной инфляции.

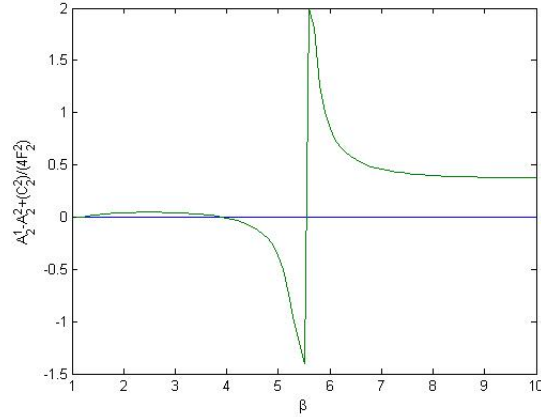
В следующем разделе мы исследуем свойства данного равновесия.

4 Сравнительная статика

4.1 Основные результаты

Рассмотрим равновесие, в котором риск потери потребителей является связывающим ограничением для старых фирм. В этом равновесии старые фирмы, у которых реализовались высокие издержки, хотели бы повысить цену на свою продукцию сильнее, чем темп инфля-

Рис.3



ции в экономике, но не делают этого из-за страха потерять потребителей, привлеченных в прошлом периоде. В данном разделе мы покажем, что в таком равновесии инфляция может как увеличивать средний реальный уровень цен, так и уменьшать его. Однако, как мы покажем, если волатильность издержек производства достаточно велика, то реализуется первый случай, т.е. в равновесии с более высокой инфляцией реальный уровень цен оказывается ниже. Данный результат получен в следующей теореме.

Теорема 3. *Если отдача от масштаба в производстве не слишком быстро убывает с ростом производства ($\beta < \beta_0$, где β_0 - некоторый порог, зависящий от параметров модели), то чем выше инфляция θ в стационарном равновесии, где риск потери потребителей является связывающим ограничением для старых фирм, тем ниже реальный уровень цен $\frac{\bar{P}_t}{M_t}$ в экономике.*

Доказательство: Т.к. $\eta = \frac{1}{2n} \frac{M_t}{P_t}$, то чтобы показать, что реальный уровень цен ниже в экономике с более высокой инфляцией, нам нужно показать, что $\frac{d\eta}{d\theta} > 0$. В свою очередь, т.к. $\beta > 1$, то знаки производных $\frac{d\eta}{d\theta}$ и $\frac{d\eta^\beta}{d\theta}$ совпадают.

Как следует из формулы 55

$$\frac{d\eta^\beta}{d\theta} = A \left(-\frac{\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\delta}{\frac{5}{2}\delta + \frac{3}{2}} + \frac{91\beta^2 + 54\beta}{50} \delta c_0 \left(\frac{5}{2}\right)^\beta + \left(\frac{3}{2}\right)^\beta c_0 \left(\frac{5}{3}\beta^2 + \beta\right) - \left(\frac{5}{2}\right)^\beta \delta c_1 \frac{80\beta^2}{25} \right) \quad (72)$$

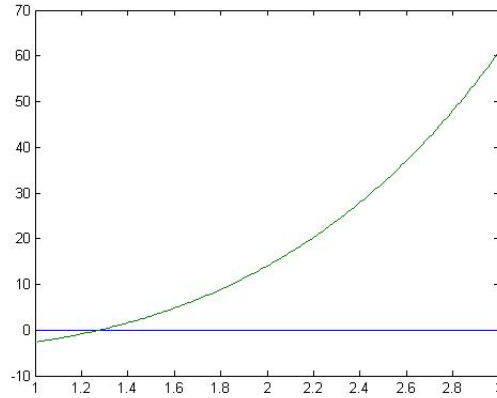
где $A = \frac{\frac{15}{4}\delta + \frac{3}{2}}{\frac{9}{5}\beta\delta c_0 \left(\frac{5}{2}\right)^\beta + 2\beta c_0 \left(\frac{3}{2}\right)^\beta}$. Данная производная положительна, если

$$\left(\frac{5}{2}\right)^\beta \left(\frac{9}{5}\delta \left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\delta\right) - \left(\delta \frac{91\beta + 54}{50} - \frac{80\beta c_1}{25 c_0} \right) \left(\frac{5}{2}\delta + \frac{3}{2}\right) \right) < \left(\frac{5}{3}\beta + 1\right) \left(\frac{5}{2}\delta + \frac{3}{2}\right) - 2\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\delta\right) \quad (73)$$

Это неравенство может быть переписано в следующем виде:

$$f(\beta) = \left(\frac{5}{3}\right)^\beta \left(\left(\delta \frac{80 c_1}{25 c_0} - \delta \frac{91}{50} \right) \left(\frac{5}{2}\delta + \frac{3}{2}\right) \beta - \delta \frac{-63 + 135\delta}{100} \right) - \frac{5}{3} \left(\frac{5}{2}\delta + \frac{3}{2}\right) \beta + 1 - \delta < 0 \quad (74)$$

Рис.4



На рис.4 представлено поведение левой части данного неравенства в зависимости от β при $\delta = 1$ и $c_0 = c_1 = c_2 = 1$. Из этого графика видно, что при $\beta < 1.3$ данное неравенство выполнено, а при $\beta > 1.3$ нарушено. **Что и требовалось доказать.**

Следствие 1. В рассматриваемом равновесии

$$\frac{d^2 \frac{\bar{P}_t}{M_t}}{d \frac{c_1}{c_0} d \theta} > 0 \quad (75)$$

Это значит, что чем больше волатильность издержек, тем больше вероятность того, что инфляция отрицательно влияет на уровень цен в экономике.

Доказательство: Данное утверждение очевидно из формулы 72. **Что и требовалось доказать.**

Рассмотренная теорема позволяет сделать выводы о влиянии инфляции на выпуск в экономике. Действительно, чем выше средний реальный уровень цен в экономике $\frac{\bar{P}_t}{M_t}$, тем ниже в среднем потребители покупают товаров и, следовательно, тем ниже выпуск в экономике. Таким образом, мы показали, что при небольших β инфляция в рассмотренном стационарном равновесии отрицательно влияет на реальный уровень цен и положительно на выпуск в экономике. Кроме того мы показали, что чем выше волатильность издержек у старых фирм, т.е. чем выше отношение $\frac{c_2}{c_0}$, тем выше вероятность того, что инфляция положительно влияет на выпуск. С другой стороны, с учетом того, что мы рассматриваем модель монополистической конкуренции, можно заключить, что рост выпуска приводит к росту благосостояния в экономике.

В следующем подразделе мы дадим интуицию к полученным результатам.

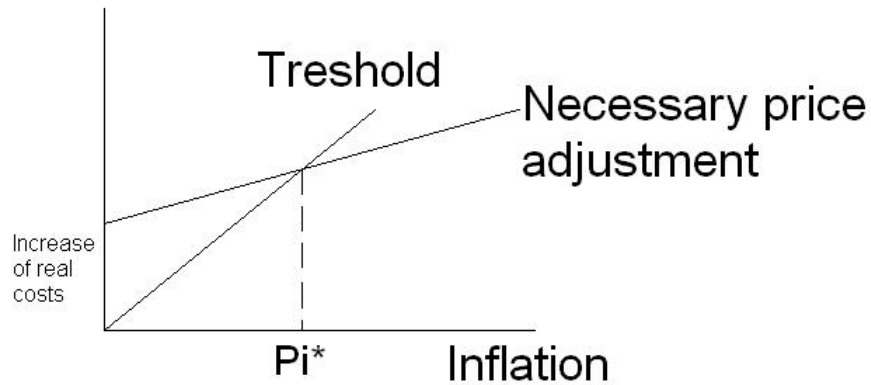
4.2 Интуиция к основным результатам

Чтобы понять смысл полученных эффектов, связанных с наличием инфляции, рассмотрим молодую фирму. При выборе цены на свою продукцию фирма должна принимать во внимание две следующие возможности. С одной стороны фирма знает, что с определенной вероятностью издержки производства в следующем периоде вырастут. В этом случае фирма будет вынуждена повышать цену на свой товар. Однако повышение цены, если оно превысит темп инфляции в экономике, приведет к значительным потерям в спросе за счет того, что приобретенные в прошлом периоде активизируются и попытаются найти более подходящие товары для потребления. Если фирма, предвидя такую возможность, установит более высокую цену уже сегодня, то она сможет не так сильно повышать цену в следующем периоде, что позволит сохранить заработанных потребителей. С другой стороны если фирма установит более высокую цену сегодня, то она потеряет в количестве сегодняшних покупателей. Соответственно, фирма должна установить сегодняшнюю цену так, чтобы сбалансировать эти потери.

Рассмотрим теперь, как инфляция влияет на соотношение описанных потерь. Фирма знает, что с определенной вероятностью реальные издержки производства не вырастут и фирма не будет менять цену на свой товар в следующем периоде. Соответственно, при выборе цены молодая фирма, учитывая инфляцию в экономике и соответствующий рост будущих номинальных издержек, частично компенсирует этот рост и устанавливает более высокую цену, чем она установила бы в отсутствие инфляции. Это, в свою очередь, означает, что в случае, когда реализуются высокие издержки, и фирма решает изменить цену на свой товар, рост цены должен компенсировать рост реальных издержек и ту часть инфляции, которая не была компенсирована в прошлом периоде. При этом если рост цены не превосходит темп инфляции, то фирма не теряет приобретенных в прошлом периоде потребителей. Отсюда следует, что чем выше инфляция в экономике, тем больше вероятность того, что фирма не потеряет своих покупателей, т.к. рост реальных издержек не зависит от инфляции в экономике. После того, как инфляция достигает некоторого порога, данная вероятность становится равной единице. На рис.5 представлена схематическая зависимость необходимой корректировки цены в зависимости от инфляции в экономике.

Видно, что при инфляции $\theta > \theta_0$, необходимая корректировка становится меньше инфляции, и фирма может осуществить полную корректировку без риска потери потребителей. Это означает, что у молодой фирмы пропадает стимул устанавливать завышенную

Рис.5



цену с тем, чтобы не пришлось сильно повышать цену в следующем периоде при реализации высоких издержек и терять потребителей. В результате средний уровень цен в экономике оказывается ниже при более высокой инфляции.

Однако, в изучаемой экономике действует и другой эффект, связанный с наличием инфляции. Как следует из формулы 54 в каждом периоде доля потребителей, обновляющих информацию о ценах и выбирающих товары для потребления, т.е. доля активных потребителей, тем выше, чем выше инфляция в экономике. Это связано с тем, что множество активных потребителей составляют те, кто совершает запланированное обновление информации о ценах (и число не зависит от уровня инфляции), и те, кто совершает незапланированное обновление информации о ценах (их число положительно зависит от уровня инфляции). В изученном равновесии множество потребителей, которые совершают внеплановое обновление информации о ценах, составляют те потребители, кто выбрал в прошлом периоде товары старых фирм. Т.к. с ростом инфляции из-за частичной корректировки ожидаемой в будущем инфляции увеличивается разность между ценой молодых фирм и средним уровнем цен (формула 53), то, соответственно, с ростом инфляции уменьшается количество потребителей, покупающих товары молодых фирм, и увеличивается количество потребителей, покупающих товары старых фирм. Это, в свою очередь, означает, что с ростом инфляции растет доля активных потребителей. Отсюда следует, что чем выше инфляция в экономике, тем больше спрос на продукцию молодых фирм, тем выше цену они устанавливают, тем выше оказывается средний уровень цен и ниже

выпуск в экономике^{17, 18}.

Как мы показали в предыдущем подразделе, первый из описанных эффектов доминирует при небольших значениях β , т.е. когда отдача от масштаба в производстве не сильно падает с ростом объема производства, в то время как второй эффект преобладает, когда отдача от масштаба является сильно убывающей. Это явление связано с тем, что при быстро убывающей отдаче от масштаба более высокий спрос на товары молодых фирм, возникающий при более высокой инфляции, приводит к росту цены, в то время как при медленно убывающей отдаче от масштаба более высокий рост приводит к росту объема выпуска. Таким образом, второй из описанных эффектов мало заметен при медленно убывающей отдаче от масштаба и начинает доминировать при быстро убывающей отдаче.

5 Заключение

Данная работа преследовала две цели. С точки зрения моделирования поведения потребителей наиболее ценный результат заключается в теоретическом обосновании зависимости спроса не только от уровня цены, но и от темпа роста данной цены при вполне реалистических предположениях о поведении потребителей. С этой позиции данная работа является дополнением к статье Rotemberg (2002). В своей работе Ротемберг предполагает, что потребители покупают только те товары, цены на которые по их мнению являются справедливыми, т.е. не значительно превосходят издержки производства. Потребители пе-

¹⁷Можно заметить, что т.к. при более высокой инфляции в экономике находится больше активных потребителей, то в то же время в экономике находится меньше потребителей, которые не обновляют информацию о ценах. Такие потребители в каждый период принадлежат старым фирмам. Поэтому спрос на продукцию старых фирм оказывается ниже и они хотели бы установить более низкую цену на свой товар. Однако, в изучаемом равновесии старые фирмы не устанавливают более низкую цену, т.к. связывающим ограничением для них является нежелание повышать цену быстрее темпа инфляции.

¹⁸Описанное здесь влияние инфляции на уровень реальных цен в экономике за счет увеличения доли активных потребителей по-видимому является артефактом сделанных предположений и вряд ли отражает реальность. Описанный эффект основывается в первую очередь на том, что количество собственных потребителей из прошлого периода у молодых фирм не зависит от уровня инфляции, т.к. в нашей модели молодые фирмы не имеют собственных потребителей из прошлого периода. Соответственно, в нашей модели рост инфляции означает рост спроса на продукцию молодых фирм за счет увеличения доли активных потребителей, в то время как в действительности спрос увеличивается за счет увеличения количества активных потребителей и уменьшается за счет количества приобретенных в прошлом потребителей (суммарное количество потребителей не зависит от инфляции).

рассматривают свое понимание справедливости цены при изменении цены, что также, как и в нашей модели, приводит к зависимости спроса от изменения цены. В нашей модели спрос зависит от изменения цены потому, что потребители несут издержки при изучении цен на рынке и используют изменение цены как сигнал для начала обновления информации о ценах. Ключевых отличий от классической парадигмы рациональных потребителей в нашей модели два.

Во-первых, потребители видят цены только на те товары, которые они потребляют. Чтобы увидеть все цены, потребители должны потратить какое-то время, которое могло бы быть потрачено на отдых. Данное время является издержками потребителей от изучения рыночной конъюнктуры. Во-вторых, при формировании ожиданий относительно полезности, которую они получат после обновления информации о ценах, потребители предполагают, что в среднем их полезность равна той, которую они имели в прошлом периоде. Данные два предположения позволяют получить зависимость функции спроса от изменения цены на товар.

С точки зрения изучения влияния инфляции на благосостояние в экономике в нашей модели инфляция влияет на выпуск посредством двух механизмов. Первый эффект заключается в том, что инфляция сокращает издержки производителей, связанные с потерей потребителей при повышении цены. Данный механизм основывается на том, что порог на повышение цены, выше которого потребители начинают искать альтернативные товары для потребления положительно зависит от инфляции. Данный эффект усиливается с увеличением волатильности издержек производства. Поэтому он, по-видимому, более важен для развивающихся стран, где производители испытывают большую волатильность издержек производства.

Второй эффект заключается в том, что инфляция увеличивает в каждом периоде долю потребителей, которые обновляют информацию о ценах и, таким образом, находятся в состоянии активного поиска товаров для потребления. В нашей модели данный эффект приводит к тому, что в изученном стационарном равновесии реальный уровень цен положительно, а, соответственно, выпуск в экономике отрицательно зависит от инфляции. Однако такой результат скорее является артефактом модели, основывающимся на том, что в нашей модели молодые фирмы не имеют собственных потребителей из прошлого, а потому спрос на их продукцию положительно зависит от доли активных потребителей. В действительности, по-видимому, следует ожидать, что чем больше доля активных потребителей, тем ниже окажется реальный уровень цен, т.к. конкуренция за активных

потребителей заставляет фирмы снижать цены, чего не происходит, если потребители ведут себя пассивно и не узнают, по каким ценам они могут покупать товары в других фирмах.

6 Список литературы

[1] Ball, Laurence and Gregory Mankiw, 1994. „Asymmetric price adjustment and Economic fluctuations“. *Economic Journal*, Vol.104, No.423, pp.247-261.

[2] Barro, Robert, 1997. „Determinants of economic growth. A cross country empirical study“. Cambridge, Mass: MIT Press.

[3] Bili, Roberto, 2007. „Optimal inflation for the US“. The Federal Reserve Bank of Kansas City working paper 07-03.

[4] Blanchard, Olivier and Stanley Fischer, 1989. „Lectures on macroeconomics“. Cambridge, Mass: MIT Press.

[5] Blanchard, Olivier and Danny Quah, 1989. „The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances“. *American Economic Review*, Vol.79, No.4, pp.655-673.

[6] Blinder, Alan, 1991. „Why are prices sticky? Preliminary results from an interview study“. National Bureau of Economic Research working paper 3646.

[7] Bruno, Michael and William Easterly, 1998. „Inflation crises and long-run growth“. *Journal of Monetary Economics*, Vol.41, No.1, pp.3-26.

[8] Ghosh, A. and Phillips S., 1998. „Inflation, disinflation and growth“. International Monetary Fund working paper 98/68.

[9] Mankiw, Gregory and Ricardo Reis, 2002. „Sticky information versus sticky prices: a proposal to replace the new Keynesian Phillips Curve“. *Quarterly Journal of Economics*, Vol.117, No.4, pp.1295-1328.

- [9] Mankiw, Gregory and Ricardo Reis, 2007. „Sticky information in general equilibrium“ Journal of the European Economic Association, Vol.5, No.2, pp.603-613.
- [10] Mankiw, Gregory and Ricardo Reis, 2006. „Pervasive stickiness“. American Economic Review, Vol.96, No.2, pp.164-169.
- [11] Peltzman, Sam, 2000. „Prices rise faster than they fall“. The Journal of Political Economy, Vol.108, No.3, pp.466-502.
- [12] Reis, Ricardo, 2004. „Inattentive consumers“. Journal of Monetary Economics, Vol.53, No.8, pp.1761-1800.
- [13] Romer, David, 2001. „Advanced macroeconomics“. McGraw-Hill Higher Education.
- [14] Rotemberg, Julio, 2002. „Customer anger at price increases, time variation in the frequency of prices changes and monetary policy“. National Bureau of Economic Research working paper 9320.
- [15] Sarel, M, 1995. „Nonlinear effects of inflation on economic growth“. International Monetary Fund staff papers, 43, pp.199-215.
- [16] Sepehri, A. and Moshiri S., 2004. „Inflation-growth profiles across countries: evidence from developing and developed countries“. International Review of Applied Economics, Vol.18, No.2, pp.191-207.
- [17] Stiglitz, Joseph, 1984. „Price rigidities and market structure“. The American Economic Review, Vol.74, No.2, pp.350-355.
- [18] Tobin, James, 1972. „Inflation and unemployment“. The American Economic Review, Vol.62, No.2, pp.1-18.
- [19] Taylor, John, 1998. „Staggered price and wage setting in macroeconomics“. National

Bureau of Economic Research working paper 6754.

[19] Zbaracki, M.J, Mark Ritson, Daniel Levy, Shantanu Dutta, and Mark Bergen, 2004. „Managerial and customer costs of price adjustment: direct evidence from industrial markets“. Review of Economics and Statistics, Vol.86, No.2, pp.514-533.

[20] Полтерович, В.М, 2006. Снижение инфляции не должно быть главной целью экономической политики России. Экономическая наука современной России (в печати).