



РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

NEW ECONOMIC SCHOOL

Шейнзон И.А.

Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

Препринт # BSP/2005/078 R

Эта работа была написана на основе магистерского тезиса в РЭШ в 2005 году в рамках исследовательского проекта “Потоки капитала в странах с переходной экономикой” под руководством О.А. Замулина (Ph.D., ЦЭФИР, РЭШ) и К.А. Сосунова (Ph.D., Институт Открытой Экономики). Автор выражает благодарность своим научным руководителям, а также А.Черемухину и М.Староверову за ряд ценных комментариев в ходе подготовки работы.

Проект осуществлен при поддержке Фонда Форда, Всемирного Банка и Фонда Джона и Кэтрин МакАртуров.

Москва
2005

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?./ Препринт # BSP/2005/078 E. - М.: Российская Экономическая Школа, 2005. – 31 с. (Рус.)

Существует по меньшей мере два фундаментальных фактора, определяющих потоки капитала из России и в нее: сглаживание потребления и инвестиции. Будучи ресурсно-ориентированной экономикой, наша страна получает большие трансферты из-за рубежа вследствие экспорта нефти и других природных ресурсов, цены на которые подвержены очень сильным краткосрочным колебаниям. С одной стороны, капитал должен утекать из страны, поскольку ожидается, что российская экономика перед лицом неопределенности доходов должна сглаживать потребление (и даже заниматься сбережениями из предосторожности, потребляя меньше, чем в случае “certainty equivalence”), вкладывая значительные средства в зарубежные безрисковые активы, чтобы предотвратить серьезные падения в потреблении в будущем. С другой стороны, в связи с высокой доходностью на капитал, которая, однако, связана с достаточно большими рисками, последний должен притекать в нашу страну. В магистерской работе построена модель малой открытой экономики, в рамках которой возможно сравнить эти эффекты, влияющие на счет текущих операций в противоположных направлениях, и найти равновесное количество инвестиций и капитала в России. Модель калибруется по данным, источником которых являются Центробанк и Госкомстат.

Ключевые слова: ресурсно-ориентированная экономика, шоки цен на нефть, вероятность дефолта, сглаживание потребления, инвестиции, мотив сбережений из предосторожности, счет текущих операций, капитал, CARA-функция полезности, CRRA-функция полезности, аппроксимация второго порядка, нестохастическое стационарное состояние.

Sheynzon Ilya. The Equilibrium Current Account: Can Precautionary Saving Motive Outweigh the High Returns on Capital in Russia?./ Working Paper # BSP/2005/078 E. – Moscow, New Economic School, 2005. – 31 p. (Rus.)

Economic theory suggests at least two fundamental reasons for the flow of capital in and out of Russia: consumption smoothing and investment. Being a resource-based economy, our country receives large cash transfers from the rest of the world in exchange for its exports of oil and natural resources which prices are highly volatile. For the first reason, we should expect capital outflow since the Russian economy should smooth consumption (and even can engage in precautionary savings, consuming less than in case of certainty equivalence), and tie up capital in foreign risk-free assets, in response to increased income uncertainty in order to prevent large drops in consumption in the future. At the same time, due to the high returns on capital, which is fraught with serious risks, capital should be flowing in. In the master’s paper the model of a small open economy is built, and we can compare the relative influence of consumption smoothing versus returns on capital on the current account and find the equilibrium investment and capital in Russia. The model is calibrated with the Central Bank and Goskomstat Data.

Key words: resource-based economy, oil price shocks, probability of default, consumption smoothing, investment, precautionary saving motive, current account, capital, CARA utility function, CRRA utility function, the second order approximation, the non-stochastic steady state.

ISBN

© Шейнзон И.А., 2005 г.

© Российская экономическая школа, 2005 г.

Содержание

Введение.....	4
Построение дискретной модели.....	5
Дискретная модель. CARA-функция полезности.....	8
Дискретная модель. CRRA-функция полезности.....	11
Расширение модели. Издержки инсталляции и непрерывное время.....	19
Заключение.....	21
Литература.....	23
Приложения.....	25

1 ВВЕДЕНИЕ

Будучи ресурсно-ориентированной экономикой, Россия получает значительные трансферты из-за рубежа в обмен на экспорт нефти, газа, черной и цветной металлургии, других природных ресурсов, цены на которые подвержены существенным колебаниям даже в краткосрочном периоде. Поскольку поступления от экспорта природных ресурсов составляют весомую часть доходов российских граждан, наша страна сталкивается с серьезным шоком относительно будущих доходов, то есть является в значительной степени зависимой от конъюнктуры мировых финансовых рынков.

Несмотря на то, что в последнее время мировые цены на нефть очень высоки и составляют около 50 долларов за баррель при средней себестоимости добычи как минимум в 5 раз меньше, а, по некоторым прогнозам, не исключено, что в ближайшем будущем они достигнут отметки 100 долларов, даже сейчас инвесторы не спешат вкладывать свои средства в российское производство и проводят экспансию капиталов за рубеж. Согласно данным платежного баланса, в России наблюдаются устойчивый отток капитала и профицит счета текущих операций. По определению, баланс счета текущих операций в течение определенного периода равен разнице между чистыми активами за рубежом на начало и конец данного периода, следовательно, российская экономика является кредитором остального мира, сберегая больше, чем инвестируя. Связано это прежде всего с тем, что несмотря на априори большую доходность на капитал от вложений в производство, поскольку российская экономика, по всей видимости, является недостаточно капитализированной, наличие очень высоких рисков, сложная как экономическая, так и политическая конъюнктура (дело “Юкоса”, проблемы с демократией и свободой слова, слабая защита частной собственности и т.д.), желание инвесторов в какой-то мере застраховать себя от будущих шоков – все это приводит к тому, что наблюдается устойчивый отток капитала за рубеж.

Можно выделить, таким образом, два фундаментальных фактора, определяющие потоки капитала для России как ресурсно-ориентированной экономики: сглаживание потребления и инвестиции. С одной стороны, капитал должен утекать из страны, поскольку ожидается, что российская экономика перед лицом неопределенности доходов должна сглаживать потребление (и даже заниматься сбережениями из предосторожности, потребляя меньше, чем в случае “certainty equivalence”), вкладывая значительные средства в зарубежные безрисковые активы, чтобы предотвратить серьезные падения в потреблении в будущем. С другой стороны, в связи с высокой доходностью капитала, которая, однако, связана с достаточно большими рисками, последний должен притекать в российскую экономику.

Заметим, что страна в равновесии не обязательно должна иметь положительный, нулевой или отрицательный счет текущих операций. Он является лишь своеобразным индикатором состояния страны по отношению к остальному миру. Поскольку инвесторы в большинстве своем являются рациональными агентами, то они в зависимости от своих предпочтений решают, каким именно образом вкладывать капиталы, чтобы максимизировать свою будущую ожидаемую полезность. Как отмечается в любом учебнике по макроэкономике (например, в книге Sachs-Larrain(93)), причины того, что баланс счета текущих операций имеет положительный или отрицательный знак, могут

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? значительно различаться между странами. Определяющими факторами могут быть низкий уровень инвестиций или высокий уровень сбережений, структура внешней торговли, наличие или отсутствие внешней задолженности и т.д., поэтому только по балансу счета текущих операций нельзя судить об уровне развития данной страны. Тем не менее, детально проанализировав причины, благодаря которым баланс счета текущих операций имеет то или иное значение, можно увидеть, является ли это проблемой для страны или нет, в какой именно степени, строить прогнозы относительно ее будущего развития, сравнивать влияние каждого из факторов, находить равновесные уровни инвестиций, капитала, потребления, дохода и других макроэкономических показателей.

Задача данной работы состоит в том, чтобы объяснить, почему и в какой степени мотив сбережений из предосторожности является более важным фактором, чем высокая доходность от вложений, приводя к устойчивому профициту счета текущих операций, применительно именно к России, учитывая ее ориентацию на экспорт природных ресурсов и наличие высоких рисков. Проанализировав различные мотивы, которые движут капиталом, мы сможем найти равновесные уровни инвестиций и капитала в российской экономике.

Структура магистерской работы следующая. Во второй части рассматривается построение дискретной модели. В третьей части исследуется дискретный случай с экспоненциальной (CARA) функцией полезности. В четвертой части построенная модель анализируется и калибруется по российским данным для функции полезности вида CRRA. В пятой части обсуждается введение в построенную модель издержек инсталляции и расширение дискретного случая на непрерывный случай для обеих функций полезности. Шестая часть – заключение.

2 ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

Следуя методологии, предложенной, в частности, в Obstfeld and Rogoff (1995, 1996), Ghosh (1995), рассмотрим модель малой открытой экономики с бесконечным горизонтом планирования. Мы будем считать, что все агенты однородные, для нормировки и упрощения выкладок сделаем стандартное в моделях данного типа предположение, что население равно 1, то есть задача репрезентативного агента совпадает с задачей государства. Единственный торгуемый актив за рубежом – это безрисковые бонды. Предполагаем, что в экономике есть производство с однофакторной производственной функцией (этим фактором является капитал, который, в свою очередь, амортизирует с постоянной скоростью и прирастает посредством инвестиций). Каждый момент времени репрезентативный агент получает трансферт из-за рубежа в обмен на экспорт фиксированного количества природного ресурса, который далее в работе будем называть нефтью, причем цена на нефть предполагается очень волатильной. Кроме того, в модели будет также учитываться рискованный характер вложений в производство: с некоторой экзогенно заданной ненулевой вероятностью (то, что крупнейшие международные рейтинговые агентства Moody's, Standard&Poor's, Fitch обычно называют вероятностью дефолта) мы в следующий момент ничего не получим от вложений в производство. “Интуиция”, которая стоит за данной вероятностью заключается, например, в том, что таким образом моделируется то, что в каждый момент

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? “экзогенные” люди из прокуратуры бросают монетки и тех, кому не повезло, в этот момент опечатаывают, следовательно, капитал остается на месте, но при этом выпуск в данный период изымается. Соответственно, если индивиду повезло, то он в этот момент получает в виде выпуска некоторую случайную величину с известными параметрами распределения.

Перед агентом в каждый период стоит известная в экономической литературе задача разделения своего дохода на 3 части: во-первых, потребление, то, от чего он получает полезность, во-вторых, инвестиции в отечественное производство, в-третьих, экспансия капитала в зарубежные активы, значительно менее доходные, но зато абсолютно безрисковые. При этом делаются стандартные предположения о сепарабельной функции полезности, совпадении безрисковой ставки процента и межвременной нормы замещения агентов, а также о том, что капитал и бонды измеряются в одних единицах.

Таким образом, репрезентативный агент, столкнувшись с неопределенностью, решает следующую задачу максимизации ожидаемой будущей полезности:

$$U_t = E_t \left\{ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(C_s) \right\} \rightarrow \max_{C_s, I_s} \quad (1)$$

при бюджетном ограничении

$$B_{s+1} = (1+r)B_s + A_s F(K_s) + p_s R - C_s - I_s, \quad (2)$$

где

B_s – количество заграничных безрисковых активов агента на начало периода s ,

C_s – потребление агента в момент времени s ,

I_s – инвестиции в производство, которые агент может произвести в момент времени s ,

r – мировая безрисковая процентная ставка между моментами $s-1$ и s , предполагающаяся в данной модели не меняющейся по времени,

$\beta = \frac{1}{1+r}$ – межвременная норма предпочтения,

R – количество экспортируемой за рубеж нефти, также предполагаемое не меняющимся по времени,

p_s – экзогенно изменяющаяся цена единицы экспортируемой за рубеж нефти,

K_s – количество капитала,

A_s – экзогенно изменяющийся коэффициент производительности,

$A_s F(K_s)$ – производственная функция со стандартными свойствами:

$F'(K) > 0, F''(K) < 0, F(0) = 0$, в дальнейшем мы будем предполагать, что $F(K) = K^\alpha$.

Процессы для капитала, цены единицы нефти и коэффициента производительности зададим соответственно следующим образом:

$K_{s+1} = (1-\delta)K_s + I_s$, где δ – норма амортизации,

$p_s = p_{s-1} + \varphi \mu_s$, где $\mu_s \sim i.i.d. N(0,1)$, то есть цена – это случайное блуждание,

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$A_s = i.i.d. \left\{ \begin{matrix} 0, \Omega \\ m + v_s, \overline{\Omega} \end{matrix} \right\}, v_s \sim N(0, \zeta^2), P(\Omega) = q,$ коэффициенты производительности в данной

модели – независимые случайные величины (как между собой, так и с шоками на цены на нефть), с некоторой вероятностью q (вероятностью дефолта) принимающими нулевое значение, а с вероятностью $1 - q$ являющимися нормальными с параметрами (m, ζ^2) .

Кроме того, считаем заданными начальные условия: K_0, B_0, A_0, p_0 .

Условия первого порядка дают два уравнения Эйлера для решения максимизационной задачи:

$$FOC(B_{s+1}): u'(C_s) = E_s(u'(C_{s+1})), \quad (3)$$

$$FOC(K_{s+1}): u'(C_s) = E_s((1 - \delta + A_{s+1}F'(K_{s+1}))\beta u'(C_{s+1})). \quad (4)$$

Аналогично Obstfeld and Rogoff (1995, 1996), используя стандартное условие трансверсальности, можно получить динамическое бюджетное ограничение:

$$\sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} (C_s + I_s) = (1 + r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} (A_s F(K_s) + p_s R), \alpha = \frac{1}{1 + r}. \quad (5)$$

В Obstfeld and Rogoff (1995, 1996) справедливо отмечается, что применяемая в этих работах к решению такого рода моделей квадратичная функция полезности приводит к “certainty equivalence”, случаю, в котором все величины равны их ожидаемым значениям, то есть при принятии агентами решений не учитывается мотив сбережений из предосторожности, связанный в первую очередь с тем, что неопределенность относительно будущих доходов уменьшает текущее потребление агентов и увеличивает их текущие сбережения, которые будут тем больше, чем больше сама его величина. В

статье Kimball (1990) доказываем, что $-\frac{u'''}{u''}$ является подходящей мерой абсолютной бережливости (absolute prudence), измеряющей величину мотива сбережений из предосторожности.

В данной работе будут использоваться функции полезности вида CARA и CRRA:

$$CARA: u(C) = -\frac{1}{\theta} e^{-\theta C} \Rightarrow -\frac{u'''}{u''} = \theta,$$

где $\theta > 0$ – коэффициент абсолютной несклонности к риску;

$$CRRA: u(C) = \frac{C^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}, u(C) = \log(C) \Rightarrow -\frac{u'''}{u''} = \frac{\gamma + 1}{C},$$

где $\gamma > 0$ – коэффициент относительной несклонности к риску.

Однако основная сложность, с которой сталкивается исследователь, состоит в том, что применение обычно используемой во многих работах линеаризации первого порядка, очевидно, приводит к тому, что в моделях данного типа мотив сбережений из предосторожности полностью исчезает из рассмотрения, следовательно, требуется использование совершенно других подходов.

В работе Caballero (1990) был предложен метод, с помощью которого удастся угадать явный вид оптимального решения для экспоненциальной функции полезности, впоследствии применяемый в нескольких статьях (Ghosh and Ostry (1997), Nahm and Steigerwald (1999), Luo (2001) и др.). В

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? магистерской работе используется данный подход, который дает целый ряд очень красивых и наглядных результатов, позволяет сравнить противоположные влияния на счет текущих операций.

Несмотря на возможность получения решения в явном виде и того факта, что CARA-функция полезности учитывает мотив сбережений из предосторожности, она обладает несколькими недостатками. Во-первых, она не исключает отрицательное потребление. Кроме того, при данной функции полезности бедные и богатые имеют одинаковую величину мотива сбережений из предосторожности, в реальности же, по всей видимости, с увеличением богатства мотив сбережений из предосторожности должен уменьшаться. Таким образом, с этой точки зрения CRRA-функция полезности выглядит более предпочтительной по сравнению с CARA. С другой стороны, отсутствие явного аналитического решения и необходимого математического аппарата для численного приближения долгие годы не позволяло решать целые классы задач с функциями полезности, отличными от квадратичной и экспоненциальной. В работе Schmitt-Grohe and Uribe (2004) находится аппроксимация второго порядка к решению большого класса моделей дискретного времени с рациональными ожиданиями. Schmitt-Grohe и Uribe написали целый ряд программ в среде MatLab, которые реализуют разработанный ими метод аппроксимации второго порядка (эти программы находятся в открытом доступе на сайте http://www.econ.upenn.edu/~uribe/2nd_order.htm и в свою очередь используют пакет программ, описанных в статье Klein(2000)). В магистерской работе показывается, как применить данный метод к построенной выше модели в случае функции полезности вида CRRA и откалибровать ее по российским данным.

3 ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ.

CARA-ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ.

Следуя Caballero(1990, 1991), ищем текущее потребление как линейную комбинацию константы, потребления в прошлый период и шоков с некоторыми коэффициентами:

$$C_{s+1} = \Gamma + C_s + DA_{s+1} + G\varphi\mu_{s+1}. \quad (6)$$

Подставляя это выражение в первое уравнение Эйлера, получим: $e^{-\theta c_s} = E_s e^{-\theta(\Gamma + C_s + DA_{s+1} + G\varphi\mu_{s+1})}$. (7)

Далее, используя независимость v_{s+1} и μ_{s+1} , видим, что $e^{\theta\Gamma} = E_s (e^{-\theta DA_{s+1}}) E_s (e^{-\theta G\varphi\mu_{s+1}})$. (8)

Из нормальности случайной величины ε_{s+1} следует, что $E_s e^{-\theta DA_{s+1}} = q + (1-q)e^{-\theta Dm + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}}$. (9)

Таким образом, первое уравнение Эйлера эквивалентно тому, что

$$\Gamma = \frac{1}{\theta} \ln(q + (1-q)e^{-\theta Dm + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}}) + \frac{\theta G^2 \varphi^2}{2}. \quad (10)$$

Подставляя выражение для C_{s+1} во второе уравнение Эйлера, получим, что

$$e^{-\theta c_s} = \beta [q(1-\delta)E_s e^{-\theta(\Gamma + c_s + G\varphi\mu_{s+1})} + (1-q)(1-\delta + F'(K_{s+1})m)E_s e^{-\theta(\Gamma + c_s + D(m+v_{s+1}) + G\varphi\mu_{s+1})} + (1-q)F'(K_{s+1})E_s (v_{s+1} e^{-\theta(\Gamma + c_s + D(m+v_{s+1}) + G\varphi\mu_{s+1})})]. \quad (11)$$

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

Преобразуем это соотношение, используя тот факт, что для $v_{s+1} \sim N(0, \zeta^2)$ выполнено

следующее равенство: $E_s(v_{s+1}e^{-\theta D v_{s+1}}) = -\theta D \zeta^2$ (доказательство см. в приложении):

$$e^{\theta \Gamma} e^{-\frac{\theta^2 G^2 \phi^2}{2}} = \beta [(1-\delta)q + (1-q)(1-\delta + F'(K_{s+1})m)e^{-\theta D m + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}} + (1-q)F'(K_{s+1})e^{-\theta D m}(-\theta D \zeta^2)]. \quad (12)$$

Поскольку первое уравнение Эйлера эквивалентно тому, что

$$e^{\theta \Gamma} e^{-\frac{\theta^2 G^2 \phi^2}{2}} = q + (1-q)e^{-\theta D m + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}}, \quad (13)$$

то, приравнявая левые части последних двух уравнений, получим, что

$$\begin{aligned} & (1-\delta)q + (1-q)(1-\delta + F'(K_{s+1})m)e^{-\theta D m + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}} + (1-q)F'(K_{s+1})e^{-\theta D m}(-\theta D \zeta^2) = \\ & = (1+r)(q + (1-q)e^{-\theta D m + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}}) \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, видим, что в данной спецификации модели оптимальный уровень капитала должен быть постоянным и определяться из следующего соотношения:

$$F'(K) = \frac{(r+\delta)(q + (1-q)e^{-\theta D m + \frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}})}{e^{-\theta D m}(1-q)(me^{-\frac{\theta^2 D^2 \zeta^2}{2}} - \theta D \zeta^2)}. \quad (15)$$

Используя то, что $K_{s+1} = (1-\delta)K_s + I_s$, мы получаем, что инвестиции начиная с первого момента также постоянны и равны $I = \delta K$, в нулевой же момент они будут $I_0 = K - (1-\delta)K_0$. Следовательно, экономические агенты должны инвестировать ровно столько, чтобы поддерживать капитал на оптимальном уровне K .

Поскольку мы ищем потребление в виде $C_s = \Gamma + C_{s-1} + DA_s + G\phi\mu_s$, то, подставляя в это выражение $C_{s-1} = \Gamma + C_{s-2} + DA_{s-1} + G\phi\mu_{s-1}$ и итеративно повторяя эту процедуру, нетрудно показать, что

$$C_s = C_t + (s-t)\Gamma + D \sum_{i=t+1}^s A_i + G\phi \sum_{i=t+1}^s \mu_i. \quad (16)$$

Если теперь взять условное математическое ожидание от обеих частей динамического бюджетного ограничения (5), то, используя полученное соотношение (16), можно доказать (см. приложение), что

$$G = R, \quad D = \frac{r}{1+r} F(K), \quad (17)$$

поэтому

$$C_t - C_{t-1} = \frac{r}{1+r} F(K)A_t + R\phi\mu_t + \Gamma, t > 0. \quad (18)$$

В приложении с помощью ряда вычислений также находятся равновесные значения потребления, счета текущих операций и дохода агента на начало периода, равного, по определению,

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$W_t = (1+r)B_t + A_t F(K) + p_t R$ (заметим, что, используя соотношения ниже, можно также

определить равновесное количество активов за границей по формуле $B_{t+1} = W_t - I_t - C_t$):

$$I_t = \begin{cases} I = \delta K, t > 0 \\ K - (1 - \delta)K_0, t = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$C_t = \begin{cases} rB_t + Rp_t + \frac{r}{1+r} A_t F(K) - I - \frac{\Gamma}{r}, t > 0 \\ rB_0 + Rp_0 + \frac{r}{1+r} A_0 F(K_0) - I - \frac{\Gamma}{r} - \frac{r}{1+r} (1 - \delta)(K - K_0), t = 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$W_t = \begin{cases} (1+r)B_0 + \frac{1+r}{r} \Gamma t + A_0 F(K_0) + F(K) \sum_{i=1}^t A_i + p_t R - (1 - \delta)(K - K_0), t > 0 \\ (1+r)B_0 + A_0 F(K_0) + p_0 R, t = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$CA_t = \begin{cases} \frac{1}{1+r} A_t F(K) + \frac{\Gamma}{r}, t > 0 \\ \frac{1}{1+r} A_0 F(K_0) + \frac{\Gamma}{r} - \frac{1}{1+r} (1 - \delta)(K - K_0), t = 0 \end{cases} \quad (22)$$

где

$$K = K(\theta, q, m, \zeta^2, \delta, r),$$

$$\Gamma = \Gamma(\theta, q, m, \zeta^2, \delta, r, R, \phi^2)$$

определяются следующим образом:

$$F'(K) = \frac{(r + \delta)(q + (1 - q)e^{-\theta(\frac{r}{1+r}F(K))m + \frac{\theta^2(\frac{r}{1+r}F(K))^2\zeta^2}{2}})}{e^{-\theta(\frac{r}{1+r}F(K))m} (1 - q)(me^{\frac{\theta^2(\frac{r}{1+r}F(K))^2\zeta^2}{2}} - \theta(\frac{r}{1+r}F(K))\zeta^2)}, \quad (23)$$

$$\Gamma = \frac{1}{\theta} \ln(q + (1 - q)e^{-\theta(\frac{r}{1+r}F(K))m + \frac{\theta^2(\frac{r}{1+r}F(K))^2\zeta^2}{2}}) + \frac{\theta R^2 \phi^2}{2}. \quad (24)$$

Проведенные в программной среде Mathematica симуляции показали, что чем выше риски внутри страны и величина мотива сбережений из предосторожности, тем меньше уровень капитала и инвестиций в экономике. Большие объемы экспорта нефти, а также высокая волатильность цен на нее (эти величины образуют второе слагаемое в последнем соотношении), риски внутри страны и связанный с ними мотив сбережений из предосторожности оказывают серьезное давление на счет текущих операций в сторону положительного сальдо, и такая нефтяная зависимость может вести к устойчивому профициту счета текущих операций, который наблюдается в России все последние годы, несмотря на высокую доходность на капитал. При этом можно заметить, что в равновесии счет текущих операций в зависимости от значений разных параметров может быть как отрицательным, так и нулевым или положительным. Мы видим, что у экспортирующей в больших количествах нефть страны потребление и доход подвержены очень сильным колебаниям, и это объясняет значительную зависимость уровня жизни населения, то есть именно уровней потребления и дохода, в России от мировых цен на нефть.

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

Тем не менее, по описанным выше причинам мы будем калибровать построенную модель применительно именно к CRRA, а не экспоненциальной функции полезности.

4 ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ.

CRRA-ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ.

В работе Schmitt-Grohe and Uribe (2004) находится аппроксимация второго порядка к решению класса задач дискретного времени с рациональными ожиданиями, условия равновесия которых представимы в виде $E_t f(y_{t+1}, y_t, x_{t+1}, x_t) = 0$, где y_t – вектор управления, x_t – вектор состояния, который раскладывается на 2 составляющих подвектора $x_t = [x_t^1; x_t^2]'$. Вектор x_t^1 состоит из эндогенных предопределенных переменных состояния (то есть значение каждой компоненты известно в предыдущий момент $t-1$), в то время как x_t^2 – вектор экзогенных переменных состояния, задающийся стохастическим процессом вида $x_{t+1}^2 = \Lambda x_t^2 + \tilde{\eta} \sigma \varepsilon_{t+1}$, $\varepsilon_t \sim IID(\emptyset, I)$, $\sigma \geq 0$, где $\sigma, \tilde{\eta}$ – известные параметры, собственные значения матрицы Λ имеют абсолютное значение, меньшее единицы.

Можно увидеть, что в случае CRRA-функции полезности условия равновесия модели, построенной во второй части работы, принадлежат к данному классу задач дискретного времени с рациональными ожиданиями. Действительно, f представляется следующим образом:

$$f_1 = C_t^{-\gamma} - C_{t+1}^{-\gamma}, \quad (25)$$

$$f_2 = C_t^{-\gamma} - \beta C_{t+1}^{-\gamma} ((m(1-q) + m\xi_{t+1} + \sigma(1-q)\psi_{t+1} + \sigma\xi_{t+1}\psi_{t+1})\alpha K_{t+1}^{\alpha-1} + 1 - \delta), \quad (26)$$

$$f_3 = B_{t+1} - (1+r)B_t - (g_t + \varphi\mu_t)R - (m(1-q) + m\xi_t + \sigma(1-q)\psi_t + \sigma\xi_t\psi_t)K_t^\alpha + C_t + I_t, \quad (27)$$

$$f_4 = K_{t+1} - (1-\delta)K_t - I_t, \quad (28)$$

$$f_5 = g_{t+1} - g_t - \varphi\mu_t, \quad (29)$$

$$f_6 = \psi_{t+1}, \quad (30)$$

$$f_7 = \xi_{t+1}, \quad (31)$$

$$f_8 = \mu_{t+1}. \quad (32)$$

Вектор управления состоит из двух компонент: $y_t = [C_t, I_t]$, а вектор состояния – из шести компонент: $x_t = [K_t, B_t, g_t, \psi_t, \xi_t, \mu_t]$. Кроме того, заданы начальные значения вектора состояния

$$x_0 = [K_0, B_0, g_0, \psi_0, \xi_0, \mu_0], \text{ а также } \Lambda = \emptyset, \sigma = 1, \tilde{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{q(1-q)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Мы здесь рассматриваем 3 новые переменные: g_t, ψ_t и ξ_t . Согласно определению,

$g_t = p_{t-1}$ – цена единицы нефти в прошлый период,

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$$\mu_t, \psi_t \sim i.i.d. N(0,1), \xi_t = i.i.d. \left\{ \begin{array}{l} q, \bar{\Omega} \\ q-1, \Omega \end{array} \right\}, P(\Omega) = q, E(\xi_t) = 0, E(\xi_t^2) = q(1-q),$$

случайные величины μ_t, ψ_t и ξ_t предполагаются независимыми между собой, следовательно,

$$A_t = m(1-q) + m\xi_t + \sigma(1-q)\psi_t + \sigma\xi_t\psi_t, \quad (33)$$

$$p_t = g_t + \varphi\mu_t. \quad (34)$$

Таким образом, эндогенные предопределенные переменные (вектор x_t^1) – это капитал, количество активов за границей на начало периода и цена единицы нефти в прошлый момент. Пронаблюдав реализацию трех экзогенных переменных, составляющих подвектор x_t^2 , агент выбирает уровень потребления и инвестиций, кроме того, после этого определяются компоненты вектора x_{t+1}^1 :

$$y_t = g(x_t, \sigma), \quad (35)$$

$$x_{t+1} = h(x_t, \sigma) + \eta\sigma\varepsilon_{t+1}, \eta = \begin{bmatrix} \emptyset \\ \tilde{\eta} \end{bmatrix}, \varepsilon_{t+1} = [\psi_{t+1}, \xi_{t+1} / \sqrt{q(1-q)}, \mu_{t+1}]'. \quad (36)$$

Заметим, что в рассматриваемой нами модели функция $h(x_t, \sigma)$ такова, что $x_{t+1}^2 = \tilde{\eta}\sigma\varepsilon_{t+1}$, поскольку матрица $\Lambda = \emptyset$.

Идея аппроксимации второго порядка функций $g(x_t, \sigma)$ и $h(x_t, \sigma)$, предложенная в работе Schmitt-Grohe and Uribe (2004), состоит в том, что определяется нестохастическое стационарное состояние (non-stochastic steady state), $x_t = \bar{x}, y_t = \bar{y}, \sigma = 0$, как вектор (\bar{x}, \bar{y}) , такой, что $f(\bar{x}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{y}) = 0$, а значит, $\bar{y} = g(\bar{x}, 0), \bar{x} = h(\bar{x}, 0)$. Далее ищется аппроксимация второго порядка для функций $g(x, \sigma)$ и $h(x, \sigma)$ вокруг точки $(x, \sigma) = (\bar{x}, 0)$ следующего вида (здесь полностью сохранены обозначения статьи):

$$\begin{aligned} [g(x, \sigma)]^i &= [g(\bar{x}, 0)]^i + [g_x(\bar{x}, 0)]_a^i [(x - \bar{x})]_a + \frac{1}{2} [g_{xx}(\bar{x}, 0)]_{ab}^i [(x - \bar{x})]_a [(x - \bar{x})]_b \\ &\quad + \frac{1}{2} [g_{\sigma\sigma}(\bar{x}, 0)]^i [\sigma][\sigma], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} [h(x, \sigma)]^j &= [h(\bar{x}, 0)]^j + [h_x(\bar{x}, 0)]_a^j [(x - \bar{x})]_a + \frac{1}{2} [h_{xx}(\bar{x}, 0)]_{ab}^j [(x - \bar{x})]_a [(x - \bar{x})]_b \\ &\quad + \frac{1}{2} [h_{\sigma\sigma}(\bar{x}, 0)]^j [\sigma][\sigma], \end{aligned} \quad (38)$$

где $i = 1, \dots, n_y, a, b = 1, \dots, n_x, j = 1, \dots, n_x$.

Отсутствие слагаемых, содержащих $g_\sigma(\bar{x}, 0), h_\sigma(\bar{x}, 0), g_{x\sigma}(\bar{x}, 0), h_{x\sigma}(\bar{x}, 0)$ объясняется тем, что авторы доказывают теорему о том, что все эти частные производные в точке $(x, \sigma) = (\bar{x}, 0)$ равны нулю, следовательно, наличие случайности приводит только к смещению на вектор-константу

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$\frac{1}{2} g_{\sigma\sigma} \sigma^2$ для вектора управления y_t и на соответствующие первые $n_x - n_\varepsilon$ компонент вектора-константы $\frac{1}{2} h_{\sigma\sigma} \sigma^2$ для эндогенного предопределенного подвектора состояния x_{t+1}^1 .

Используя большой набор находящихся в открытом доступе программ, которые вычисляют частные производные функций $g(x_t, \sigma)$ и $h(x_t, \sigma)$ и находят их численные значения в нестохастическом стационарном состоянии, мы сможем согласно формулам (35)-(38) определить компоненты вектора управления y_t и подвектора эндогенных предопределенных переменных x_{t+1}^1 .

Для того, чтобы применить этот аппарат, нам необходимо найти нестохастическое стационарное состояние. Мы знаем начальные значения вектора состояния $x_0 = [K_0, B_0, g_0; \psi_0, \xi_0, \mu_0]$, а также то, что $\sigma = 0$, $E_t f = f = 0$, отсюда получаем:

$$\bar{K}_0 = K_0, \bar{B}_0 = B_0, \bar{g}_0 = g_0, \bar{\psi}_0 = \psi_0, \bar{\xi}_0 = \xi_0, \bar{\mu}_0 = \mu_0, \quad (39)$$

$$\bar{\psi}_s = \bar{\xi}_s = \bar{\mu}_s = \bar{\psi} = \bar{\xi} = \bar{\mu} = 0, s > 0, \quad (40)$$

$$\bar{p}_s = \bar{p}_0 = p_0 = \bar{g}_s = \bar{g} = g_0 + \varphi \mu_0, s > 0, \quad (41)$$

$$\bar{A}_0 = (1 - q)m + m\xi_0 + \sigma(1 - q)\psi_0 + \sigma\xi_0\psi_0, \quad (42)$$

$$\bar{A}_s = \bar{A} = (1 - q)m, s > 0, \quad (43)$$

$$\bar{W}_0 = W_0 = (1 + r)B_0 + ((1 - q)m + m\xi_0 + \sigma(1 - q)\psi_0 + \sigma\xi_0\psi_0)K_0^\alpha + (g_0 + \phi\mu_0)R, \quad (44)$$

$$\bar{C}_s^{-\gamma} = \bar{C}_{s+1}^{-\gamma}, \text{ значит, } \bar{C}_s = \bar{C}_0 = \bar{C},$$

$$\beta(m(1 - q)\alpha\bar{K}^{\alpha-1} + 1 - \delta) = 1, \quad (45)$$

$$\bar{K}_s = \bar{K} = \left(\frac{\alpha m(1 - q)}{r + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, s > 0, \quad (46)$$

$$\bar{I}_s = \bar{I} = \delta\bar{K} = \delta\left(\frac{\alpha m(1 - q)}{r + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, s > 0, \quad (47)$$

$$\bar{I}_0 = \bar{K} - (1 - \delta)K_0 = \left(\frac{\alpha m(1 - q)}{r + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} - (1 - \delta)K_0, s > 0. \quad (48)$$

Из динамического бюджетного ограничения

$$\sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t} \bar{C}_s = (1+r)\bar{B}_t + \sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t} (\bar{A}_s F(\bar{K}_s) + \bar{p}_s R - \bar{I}_s) \quad (49)$$

следует, что

$$\bar{C} \frac{1+r}{r} = (1+r)B_0 + (p_0 R + m(1-q)F(\bar{K}) - \delta\bar{K}) \frac{1}{r} + (p_0 R + A_0 F(K_0) - \bar{K} + (1-\delta)K_0). \quad (50)$$

Преобразовывая, находим

$$\bar{C} = \frac{1}{1+r} (p_0 R + m(1-q)F(\bar{K}) - \delta\bar{K}) + \frac{r}{1+r} (W_0 - \bar{K} + (1-\delta)K_0). \quad (51)$$

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

Подставляя найденное выше значение для капитала, получаем следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \frac{1}{1+r} (p_0 R + m(1-q) \left(\frac{\alpha m(1-q)}{r+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \delta \left(\frac{\alpha m(1-q)}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}) + \frac{r}{1+r} (W_0 - \left(\frac{\alpha m(1-q)}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} + (1-\delta)K_0) \\ &= \frac{1}{1+r} (p_0 R + (1-\alpha)(m(1-q))^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}) + \frac{r}{1+r} (W_0 + (1-\delta)K_0).\end{aligned}\quad (52)$$

Найдем \bar{B}_s , используя динамическое бюджетное ограничение и вычисленное выше значение для потребления:

$$\begin{aligned}\bar{B}_s = \bar{B} &= \frac{1}{r} (\bar{C} + \delta \bar{K} - p_0 R - (1-q)m\bar{K}^\alpha) \\ &= \frac{1}{1+r} ((1+r)B_0 + A_0 K_0^\alpha + (1-\delta)K_0 - (m(1-q))^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-\delta + \frac{r+\delta}{\alpha})), s > 0.\end{aligned}\quad (53)$$

Счет текущих операций равен

$$\bar{CA}_0 = \bar{B} - B_0 = \frac{1}{1+r} (A_0 K_0^\alpha + (1-\delta)K_0 - (m(1-q))^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-\delta + \frac{r+\delta}{\alpha})),\quad (54)$$

$$\bar{CA}_s = \bar{CA} = \bar{B} - \bar{B} = 0, s > 0.\quad (55)$$

Таким образом, компоненты нестохастического стационарного состояния $(\bar{C}, \bar{I}, \bar{K}, \bar{B}, \bar{g}, \bar{\psi}, \bar{\xi}, \bar{\mu})$ определяются соотношениями (40),(41),(46),(47),(52),(53). Из (46), (47), (53) легко увидеть, что чем больше $\bar{A} = m(1-q)$, тем больше \bar{K} , \bar{I} и меньше \bar{B} . Из (52) также следует, что увеличение $p_0, R, m(1-q)$ приводит к увеличению \bar{C} . Кроме того, предпочтения агентов, а также волатильности производственного коэффициента и цен на нефть не влияют на компоненты нестохастического стационарного состояния. Из соотношения (55) также следует, что $\bar{CA} = 0$.

Были написаны три программы в среде MatLab, которые используются для нахождения частных производных функций $g(x_t, \sigma)$ и $h(x_t, \sigma)$ и их численных значений в нестохастическом стационарном состоянии применительно к описанной выше модели. Анализ полученных результатов работы программ обнаружил, что с точностью до аппроксимации второго порядка u_t и x_{t+1}^1 можно представить в следующем виде:

$$\hat{C}_t = c_1^1 \hat{K}_t + c_2^1 \hat{B}_t + c_3^1 \hat{g}_t + c_4^1 \hat{\psi}_t + c_5^1 \hat{\xi}_t + \phi \hat{\mu}_t + \frac{1}{2} (c_1^2 \hat{K}_t^2 + 2c_2^2 \hat{K}_t \hat{\psi}_t + 2c_3^2 \hat{K}_t \hat{\xi}_t + 2c_4^2 \hat{\psi}_t \hat{\xi}_t) + \frac{1}{2} c_1^3, \quad (56)$$

$$\hat{I}_t = -(1-\delta) \hat{K}_t + \frac{1}{2} i_1^3, \quad (57)$$

$$\hat{K}_{t+1} = \frac{1}{2} i_1^3, \quad (58)$$

$$\hat{B}_{t+1} = \hat{K}_t + \hat{B}_t + b_4^1 \hat{\psi}_t + b_5^1 \hat{\xi}_t + \frac{1}{2} (b_1^2 \hat{K}_t^2 + 2b_2^2 \hat{K}_t \hat{\psi}_t + 2b_3^2 \hat{K}_t \hat{\xi}_t + 2b_4^2 \hat{\psi}_t \hat{\xi}_t) + \frac{1}{2} b_1^3, \quad (59)$$

$$\hat{g}_{t+1} = \hat{g}_t + \phi \hat{\mu}_t, \quad (60)$$

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

где

$\hat{C}_t = C_t - \bar{C}$, $\hat{I}_t = I_t - \bar{I}$, $\hat{K}_t = K_t - \bar{K}$, $\hat{B}_t = B_t - \bar{B}$, $\hat{g}_t = g_t - \bar{g}$, $\hat{\psi}_t = \psi_t - \bar{\psi}$, $\hat{\xi}_t = \xi_t - \bar{\xi}$, $\hat{\mu}_t = \mu_t - \bar{\mu}$, c_j^1, i_j^1, b_j^1 – константы, определяемые в результате работы программы, причем предпочтения агентов, а также волатильности производственного коэффициента и цен на нефть влияют только на константы c_1^3, i_1^3, b_1^3 .

Заметим, что поскольку данные соотношения выполняются для любого t , то мы можем увидеть, что

$$K_t = \begin{cases} \bar{K} + \frac{1}{2}i_1^3, & t > 0 \\ K_0, & t = 0, \end{cases} \quad (61)$$

$$I_t = \begin{cases} \bar{I} + \delta \frac{1}{2}i_1^3, & t > 0 \\ \bar{K} - (1 - \delta)K_0 + \frac{1}{2}i_1^3, & t = 0, \end{cases} \quad (62)$$

$$B_{t+1} = \frac{1}{2}(i_1^3(1 + \frac{1}{4}i_1^3b_1^2) + b_1^3)t + (\frac{1}{2}i_1^3b_2^2 + b_4^1)\sum_{j=1}^t \hat{\psi}_j + (\frac{1}{2}i_1^3b_3^2 + b_5^1)\sum_{j=1}^t \hat{\xi}_j + b_4^2\sum_{j=1}^t (\hat{\psi}_j \hat{\xi}_j) + \frac{1}{2}b_1^3 + \bar{B}, \quad (63)$$

$$C_t = \begin{cases} \bar{C} + c_1^1 \frac{1}{2}i_1^3 + c_2^1 \hat{B}_t + c_3^1 \hat{g}_t + c_4^1 \hat{\psi}_t + c_5^1 \hat{\xi}_t + \varphi \hat{\mu}_t + \frac{1}{2}(c_1^2 (\frac{1}{2}i_1^3)^2 + c_2^2 i_1^3 \hat{\psi}_t + c_3^2 i_1^3 \hat{\xi}_t + 2c_4^2 \hat{\psi}_t \hat{\xi}_t) + \frac{1}{2}c_1^3, & t > 0 \\ \bar{C} + \frac{1}{2}c_1^3, & t = 0. \end{cases} \quad (64)$$

Зная потребление, инвестиции и количество активов за границей и используя формулу $W_t = B_{t+1} + I_t + C_t$, мы легко можем определить W_t . Кроме того, найдем счет текущих операций:

$$CA_t = \hat{K}_t + b_4^1 \hat{\psi}_t + b_3^1 \hat{\xi}_t + \frac{1}{2}(b_1^2 \hat{K}_t^2 + 2b_2^2 \hat{K}_t \hat{\psi}_t + 2b_3^2 \hat{K}_t \hat{\xi}_t + 2b_4^2 \hat{\psi}_t \hat{\xi}_t) + \frac{1}{2}b_1^3. \quad (65)$$

Следовательно,

$$CA_t = \begin{cases} \frac{1}{2}(i_1^3(1 + \frac{1}{4}i_1^3b_1^2) + b_1^3) + b_4^1 \hat{\psi}_t + b_3^1 \hat{\xi}_t + \frac{1}{2}(b_2^2 i_1^3 \hat{\psi}_t + b_3^2 i_1^3 \hat{\xi}_t + 2b_4^2 \hat{\psi}_t \hat{\xi}_t), & t > 0 \\ \bar{CA}_0 + \frac{1}{2}b_1^3, & t = 0. \end{cases} \quad (66)$$

Получив, таким образом, соотношения, полностью описывающие динамику развития системы, мы можем проанализировать, в какой именно степени изменение различных параметров модели оказывает в ту или иную сторону давление на равновесные уровни счета текущих операций, а также капитала и инвестиций. Заметим, что давление оказывается только посредством изменения нестохастического стационарного состояния, а также членов, содержащих константы в (61), (62), (66), поэтому перепишем эти соотношения в следующем виде (далее считаем, что $t > 0$):

$$K_t = \left(\frac{\alpha m(1-q)}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} + \frac{1}{2}i_1^3, \quad (67)$$

$$I_t = \delta \left(\left(\frac{\alpha m(1-q)}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} + \frac{1}{2}i_1^3\right), \quad (68)$$

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$$CA_t = \frac{1}{2}(i_1^3(1 + \frac{1}{4}i_1^3b_1^2) + b_1^3) + \chi_t, \quad (69)$$

где χ_t – случайная величина, имеющая симметричное распределение относительно нуля, поэтому не оказывающая давления на счет текущих операций.

Для того, чтобы откалибровать построенную модель по российским данным, необходимо оценить следующие параметры: $\gamma, r, \beta, \delta, R, p_o, \varphi, \alpha, m, q, \zeta^2, B_0, K_0$.

Поскольку доллар по крайней мере до недавнего времени являлся достаточно устойчивой валютой и всеобщей единицей измерения (как цен на нефть, государственных облигаций США (одних из наиболее надежных финансовых инструментов, по которым принято оценивать мировую безрисковую процентную ставку), так и данных российского платежного баланса по счету текущих операций и т.д.), то будем расчеты вести в долларах, где с той или иной степенью погрешности под его покупательной способностью будем понимать таковую в 90-е годы, когда он был крепкой валютой и она по годам изменялась не очень значительно. В качестве нормировки будем считать, что одна единица измерения равна триллиону долларов США.

Заметим также, что имеющиеся макроданные относительно динамики развития российской экономики являются, во-первых, очень немногочисленными, во-вторых, достаточно неточными (Бессонов (2002, 2003), Воскобойников (2004)), поэтому полученные ниже эмпирические результаты оценивания по вполне объективным причинам не претендуют на абсолютную идеальность.

В качестве оценки r возьмем $r = 4.5\%$, величину, приблизительно равную средней доходности по 10-летним казначейским облигациям США (в 2005 году она составляет 4%, с середины девяностых годов до настоящего времени она в основном колеблется между 4 и 6%). Следовательно,

$$\beta = \frac{1}{1+r} = 0.957. \text{ Коэффициент относительной несклонности к риску будем стандартно}$$

рассматривать на промежутке $\gamma \in [1, 5]$ ($\gamma = 1$ соответствует логарифмической функции полезности).

Параметр α производственной функции возьмем равным $\alpha = 0.3$. Вероятность дефолта в течение года q будем считать принадлежащей полуинтервалу $q \in (0, 0.2]$, левая граница которого означает согласно шкале ведущих рейтинговых агентств абсолютную надежность финансового института (AAA), правая граница означает, что риск вложений очень высокий (ССС). Для вычисления нормы амортизации δ использовались данные Госкомстата по основным фондам и инвестициям в основной капитал в сопоставимых ценах в процентах к прошлому году за 1999-2003 года. Отсутствие в выборке данных за предыдущие годы объясняется тем, что кризис 1998 года привел к серьезным структурным изменениям в экономике, которые могли означать в том числе и изменение самой производственной функции. Поскольку на небольшом количестве данных, которые к тому же неточные, проверять гипотезу о структурном сдвиге не имеет смысла, а неучитывание этого приводит к смещенным оценкам, то рассматривается период за 1999-2003 года, когда не происходило структурных шоков. В качестве оценки для нормы амортизации было взято среднее по ряду

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$\delta_t = 1 - \frac{K_{t+1} - I_t}{K_t}$, $t = 1999, \dots, 2002$, приблизительно равное $\delta = 0.05$. Оценка для R :

$R = 200$ миллионов тонн ($R = 200000000$), поскольку согласно прогнозам правительства это примерный уровень экспорта нефти в ближайшем будущем. Безусловно, уровень добычи и экспорта нефти зависит от конъюнктуры мировых цен на нее, и мы видим, что в период низких цен на нефть экспорт падал в несколько раз по сравнению с данной цифрой, в последнее же время, когда цены на нефть достаточно высоки, он ее превышает, но в рамках построенной модели для простоты выкладок мы предполагаем постоянность уровня экспорта нефти. Для оценки волатильности нефтяных цен использовались среднегодовые исторические данные относительно экспортируемой Россией марки URALS за 1985-2005 годы. Равная приблизительно 30\$ за баррель в 1985 году, цена на нефть была подвержена значительным колебаниям. Заметим также, что тест на равенство нулю среднего приращений цены на нефть уверенно принимает данную гипотезу (p -value = 0.54). Полученная оценка для φ : $\varphi = 0.000000000427$.

В качестве базового года, относительно которого будем искать p_o, B_0, K_0 , возьмем 2003-й. Это объясняется несколькими причинами. Во-первых, цены за баррель нефти в 1985 и к началу 2003 года практически совпадают, и, видимо, в дальнейшем цена на нефть будет колебаться вокруг этого значения в 30\$, исторические данные, таким образом, в той или иной степени моделируют то, что произойдет в будущем. Во-вторых, ввиду отсутствия информации по точному количеству активов за рубежом и того, что данные по счету текущих операций публикуются Центробанком только начиная с 1994 года, применяется оценка $B_{2003} = B_{1994} + \sum_{j=0}^8 CA_{1994+j} \approx \sum_{j=0}^8 CA_{1994+j} = 0.1$, то есть делается предположение, что к 1994 году не было за рубежом никаких активов. Следовательно, для улучшения точности оценки промежутков, по которому производится суммирование, необходимо сделать максимально большим. В-третьих, к началу 2003 года доллар еще оставался относительно устойчивым. В-четвертых, конъюнктура в 2003 году для России принципиально отличается от нынешней только тем, что в данный момент цены на нефть очень высоки, поэтому представляется разумным рассматривать 2003 год как своеобразную точку отсчета для российской экономики и проанализировать, что произойдет, когда цена будет выше, когда ниже такого нестационарного состояния $p_o = 0.0000000002$, соответствующего приблизительно 30\$ за баррель нефти.

Опишем процедуру нахождения оценки для параметров K_0, ζ, m . Используя данные по основным фондам на начало года как в фактических, так и в сопоставимых ценах по отношению к прошлому периоду за 1999-2003 гг., а также данные по ВВП на начало года, выраженные в фактических ценах, соответственно за 1999-2002 гг., выражаем ВВП в сопоставимых ценах по отношению к прошлому периоду. Получив капитал и ВВП, за каждый год измеренные в ценах 1999 года, переводим их по соответствующему курсу в доллары. Далее находим

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$$A_i = Y_i / K^\alpha, K = \frac{K_i + K_{i+1}}{2}, \alpha = 0.3, i = 1999, \dots, 2002, \text{ где } Y_i - \text{ ВВП на начало года, } K - \text{ средний}$$

уровень капитала за предыдущий год. В качестве оценок m, ζ возьмем среднее и среднеквадратичное отклонение по выборке A_i ; капитал $K_0 = K_{2003}$; в результате получим, что $K_0 = 0.7, m = 0.3, \zeta = 0.001632$.

Таким образом, используя соотношения (46), (47), (52), (53), мы можем найти уровень капитала, инвестиций, потребления, дохода и активов за границей для нестохастического стационарного состояния, проанализировать равновесные счет текущих операций, капитал и инвестиции при различных значениях q и параметра γ функции полезности для российской экономики.

В приложении приводятся результаты работы программ (таблица 2.В.1), из которых следует, что чем больше величины q и γ , тем больше капитал и инвестиции будут уменьшаться по сравнению с соответствующими нестохастическими стационарными величинами и тем больше будет равновесный счет текущих операций. Даже при малых рисках дефолта равновесный счет текущих операций (вернее, первое слагаемое в соотношении (69)) будет положительным, и это объясняется прежде всего высокими объемами экспорта нефти, однако дополнительный риск дефолта создает серьезное давление в сторону профицита счета текущих операций. Увеличение волатильности цен на нефть и объемов ее экспорта, то есть большая неопределенность относительно будущих доходов, уменьшает равновесные капитал и инвестиции и соответственно увеличивает счет текущих операций (о том, в какой мере, можно с точностью до аппроксимации второго порядка судить из таблиц 2.В.2 и 2.В.3).

Анализируя данные таблицы 2.В.1, можно увидеть, что в России вероятность дефолта q равняется около 10%, то есть значительно превосходит соответствующие вероятности в развитых экономиках, где таковые меньше 1%. Таким образом, вложения в российскую экономику представляются чрезвычайно спекулятивными (согласно методике расчета международных агентств, финансовый институт имеет спекулятивный, а не инвестиционный, рейтинг, если вероятность дефолта превосходит порог, приблизительно равный 1%), и этот результат объясняет причины масштабного бегства капитала из России и низкий уровень инвестиций в отечественное производство. Несмотря на то, что по оценкам всех трех ведущих рейтинговых агентств в последние несколько лет России был присвоен инвестиционный рейтинг (правда, со значительными оговорками), по всей видимости, это решение является в большей степени геополитическим, чем основанным на анализе модели, учитывающей структуру российской экономики и риски, ей присущие. Результаты, полученные в таблице 2.В.1, показывают, что в случае, если Россия действительно имела бы инвестиционный рейтинг, равновесные уровни капитала и инвестиций были бы приблизительно на 25% выше нынешнего, что означает фактическую потерю таковых в размере около 20%.

Другим важным выводом является то, что лишь наличие профицита счета текущих операций в экономиках, схожих по структуре с российской, не должно свидетельствовать о проблемах, связанных с высокими рисками, поскольку профицит объясняется их ориентированностью на экспорт

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? природных ресурсов, однако слишком большие его значения говорят о наличии сложной конъюнктуры внутри страны, неблагоприятно влияющей на развитие экономики, что выражается в низком уровне инвестиций. Сопоставляя данные таблиц 2.А.3 (счет текущих операций и экспорт сырой нефти), 2.В.1 и 2.В.3 и учитывая, что для российской экономики значение q приблизительно равно 10% , можно увидеть, что $\gamma \in [3, 5]$, а также то, что более трети “положительности” счета текущих операций связана именно с наличием серьезных политических и экономических рисков внутри России: при уровне экспорта нефти в 200 млн тонн эта величина составляет около 40% , а при 400 млн тонн – около 25%.

Несмотря на небольшое количество данных, на то, что сами данные не являются точными, что полученные оценки ввиду объективных причин являются достаточно грубыми, построенная модель адекватно описывает уровень капитала, инвестиций и счета текущих операций в российской экономике. Чем больше волатильность цен на нефть и другие экспортируемые природные ресурсы, чем больше мотив сбережений из предосторожности, тем меньше уровень равновесных инвестиций, капитала в стране, больше давление вверх на равновесный счет текущих операций. Благоприятная экономическая и политическая конъюнктура, связанная с уменьшением риска от вложений в производство, что ведет к увеличению доходности капитала, создает обратный эффект, увеличивая равновесные уровни инвестиций и капитала и соответственно оказывая давление вниз на счет текущих операций.

5 РАСШИРЕНИЕ МОДЕЛИ.

ИЗДЕРЖКИ ИНСТАЛЛЯЦИИ И НЕПРЕРЫВНОЕ ВРЕМЯ.

Заметим, что в действительности процесс инвестирования сопряжен с некоторыми издержками инсталляции. Следуя, например, Abel and Blanchard (1982), можно ввести в модель издержки инсталляции следующего вида:

$$B_{s+1} = (1 + r)B_s + A_s F(K_s) + p_s R - C_s - I_s (1 + h(I_s / K_s)), \quad (70)$$

где функция h обладает следующими свойствами:

$$h(0) = 0, h'(\frac{I}{K}) > 0, 2h'(\frac{I}{K}) + \frac{I}{K} h''(\frac{I}{K}) > 0.$$

Легко увидеть, что в этом случае помимо бюджетного ограничения изменится также одно из уравнений Эйлера (соотношение (4)). Используя в экспоненциальном случае метод, предложенный в работе Caballero (1990), а в случае полезности вида CRRA аппарат, разработанный Schmitt-Grohe and Uribe (2004) (изменяются f_2, f_3 , а также нестохастическое стационарное состояние), можно аналогично предыдущим двум частям данной работы решить задачу с издержками инсталляции, однако в этом случае сложность и громоздкость вычислений значительно возрастут.

Вместо этого предлагается использовать альтернативный подход, а именно считать время непрерывным. Для этого существует несколько предпосылок. Во-первых, в непрерывном случае

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? существенно сокращается количество выкладок. Во-вторых, экономические агенты живут и принимают решения не в дискретном, а именно в непрерывном времени. В-третьих, в непрерывном случае возможно искать решение для функции полезности общего вида.

Обобщим рассмотренную во второй части работы дискретную модель на непрерывный случай, введя в нее дополнительно издержки инсталляции.

Репрезентативный агент, столкнувшись с неопределенностью, решает следующую задачу максимизации ожидаемой будущей полезности:

$$E_t \left\{ \int_t^{\infty} e^{-\rho s} u(C_s) ds \right\} \rightarrow \max_{C_s, I_s} \quad (71)$$

при бюджетном ограничении

$$dW_s = (r(W_s - C_s - I_s) + A_s F(K_s) + p_s R) ds. \quad (72)$$

Процессы для капитала, цены единицы нефти зададим следующим образом:

$$\dot{K}_s = -\delta K_s + I_s,$$

$$p_s = p_t + \phi Z_{s-t}, \text{ где } Z_{s-t} \text{ является броуновским движением.}$$

Коэффициент производительности возьмем таким же, как и в дискретном случае. Мы сохраним обозначения для всех переменных, заменив только межвременную норму предпочтения β на ее непрерывный аналог $\rho = r$.

Для решения этой максимизационной задачи мы будем применять метод Гамильтона-Якоби-Беллмана (HJB). Следуя Ingersoll (1987), определим функцию, которая в англоязычной литературе имеет название “the derived utility of wealth function”:

$$\begin{aligned} J(W_t, K_t, p_t, t) &= \max_{C_s, I_s} E_t \left\{ \int_t^{\infty} e^{-\rho s} u(C_s) ds \right\} \\ &= \max_{C_s, I_s} E_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{-\rho s} u(C_s) ds + J(W_{t+dt}, K_{t+dt}, p_{t+dt}, t+dt) \right\} \\ &= \max_{C_t, I_t} \left\{ e^{-\rho t} u(C_t) dt + E_t J(W_{t+dt}, K_{t+dt}, p_{t+dt}, t+dt) + o(dt) \right\}, \end{aligned} \quad (73)$$

Используя свойства броуновского движения, получаем, что

$$\begin{aligned} J(W_{t+dt}, K_{t+dt}, p_{t+dt}, t+dt) &= J(W_t, K_t, p_t, t) + (W_{t+dt} - W_t) J_W + (K_{t+dt} - K_t) J_K + \\ &\quad + \frac{1}{2} J_{pp} (p_{t+dt} - p_t)^2 + J_t dt, \end{aligned} \quad (74)$$

где нижний индекс для функции J означает переменную, по которой берется соответствующая частная производная. Подставим (74) в соотношение (73):

$$\begin{aligned} 0 &= \max_{C_t, I_t} \left\{ e^{-\rho t} u(C_t) + J_t + \frac{1}{2} J_{pp} \phi^2 + J_W \left[r(W_t - I_t) + h \left(\frac{I_t}{K_t} \right) - C_t \right] + (1-q)mF(K_t) + p_t R \right. \\ &\quad \left. + J_K [I_t - \delta K_t] \right\}. \end{aligned} \quad (75)$$

Выпишем условия первого порядка:

$$FOC(C_t): e^{-\rho t} u'(C_t) = J_W r, \quad (76)$$

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$$FOC(I_t) : g\left(\frac{I_t}{K_t}\right) := \left(h\left(\frac{I_t}{K_t}\right) + h'\left(\frac{I_t}{K_t}\right) \frac{I_t}{K_t}\right) = \frac{J_K - J_W r}{J_W r}. \quad (77)$$

Из свойства функции $h\left(\frac{I_t}{K_t}\right)$ следует, что $g'\left(\frac{I_t}{K_t}\right) > 0$, отсюда получаем $\frac{I_t}{K_t} = g^{-1}\left(\frac{J_K - J_W r}{J_W r}\right)$.

Для удобства записи далее будем рассматривать функцию издержек вида $h\left(\frac{I_t}{K_t}\right) = \frac{I_t}{K_t}$.

Тогда потребление и инвестиции определяются из следующих соотношений:

$$C_t = u'^{-1}(e^{\rho t} J_W r), \quad (78)$$

$$I_t = K_t \frac{J_K - J_W r}{J_W r}. \quad (79)$$

Введем функцию $\mathfrak{Z}(W, K, p) := e^{\rho t} J(W, K, p, t)$. Аналогично Ingersoll (1987) можно показать, что она действительно не зависит от времени. Далее, используя соотношения (78), (79) и выражая частные производные функции J через соответствующие частные производные функции \mathfrak{Z} , подставим найденные выражения в (75) и получим следующее нелинейное уравнение с частными производными с переменными коэффициентами относительно \mathfrak{Z} :

$$0 = f(\mathfrak{Z}_W r) - \rho \mathfrak{Z} + \frac{1}{2} \mathfrak{Z}_{pp} \rho^2 + \mathfrak{Z}_W [rW + pR + (1-q)mF(K)] + K \left[\frac{(\mathfrak{Z}_K - \mathfrak{Z}_W r)^2}{4\mathfrak{Z}_W r} - \delta \mathfrak{Z}_K \right], \quad (80)$$

где в случае $u(C) = \frac{C^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$ функция $f(\mathfrak{Z}_W r) = \frac{\gamma}{1-\gamma} (\mathfrak{Z}_W r)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$,

в случае $u(C) = -\frac{1}{\theta} e^{-\theta C}$ функция $f(\mathfrak{Z}_W r) = \frac{\mathfrak{Z}_W r}{\theta} (\ln(\mathfrak{Z}_W r) - 1)$.

Потребление и инвестиции будут равны соответственно

$$C_t = u'^{-1}(\mathfrak{Z}_W r), \quad (81)$$

$$I_t = K_t \frac{\mathfrak{Z}_K - \mathfrak{Z}_W r}{\mathfrak{Z}_W r}. \quad (82)$$

Задача для дальнейших исследований состоит в том, чтобы находить решения для уравнений с частными производными вида (80), области, мало изученной в математической науке. Основные методы решения (они чаще всего численные, если не удастся угадать явный вид решения) уравнений с частными производными и многочисленные трудности, с ними связанные, описываются в книгах Бахвалов, Жидков, Кобельков (2004) и Duffie (1992).

6 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной результат, полученный в работе, заключается в том, что откалиброванная модель российской экономики с функцией полезности вида CRRA объясняет, почему и в какой именно степени мотив сбережений из предосторожности приводит в России к значительному профициту счета текущих операций и невысокому уровню инвестиций в производство, несмотря на априори

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? высокую доходность капитала. Построенная модель адекватно определяет равновесные уровни инвестиций, капитала и счета текущих операций и позволяет спрогнозировать, что произойдет, если изменятся риски, связанные с вложением капиталов в России и мировыми ценами на нефть. Полученные результаты говорят о том, что ориентация экономики на экспорт нефти и других природных ресурсов означает, что в России наблюдается устойчивый профицит счета текущих операций, но наличие серьезных политических и экономических рисков внутри страны (оцененная вероятность дефолта равна приблизительно 10%) ведет, во-первых, к потере около 20% равновесных уровней капитала и инвестиций, во-вторых, к наличию дополнительной составляющей положительного равновесного счета текущих операций, которая образует более трети от него. Заметим, что в рамках будущих исследований возможно аналогичным образом проанализировать равновесные уровни потребления и дохода на начало периода, а также количества активов за границей.

Методология приведенного в данной работе исследования может быть применена к широкому классу задач как в макроэкономике, так и в финансах и других областях экономической науки. Проанализированы, во-первых, как дискретный, так и непрерывный случаи, во-вторых, различные предпочтения агентов, учитывающие мотив сбережений из предосторожности. Очевидно, что при обычно применяемой при решении экономических задач линеаризации, то есть аппроксимации первого порядка, ожидаемые значения переменных управления и состояния будут равными их значениям в нестохастическом стационарном состоянии, то есть данный метод не учитывает мотив сбережений из предосторожности, поэтому решение возможно искать в дискретном случае либо для функции полезности, для которой можно угадать его явный вид (экспоненциальный случай), либо с помощью аппроксимации как минимум второго порядка, для которой обширный программный аппарат был разработан буквально в последние годы, в непрерывном же случае необходимо использовать теорию стохастического управления. Несмотря на то, что исследование носит в большей степени теоретический и, конечно же, достаточно вспомогательный характер, его дальнейшее продолжение, в частности, нахождение решения для уравнения в частных производных для непрерывного случая, позволит активно применять его результаты на практике.

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

ЛИТЕРАТУРА

Andrew B. Abel, Olivier J. Blanchard “An Intertemporal Model of Saving and Investment”, NBER Working Paper Series, Working Paper No.885, 1982

Caballero, Ricardo J. “Earnings Uncertainty and Aggregate Wealth Accumulation”, The American Economic Review, Vol. 81, No. 4. (Sep., 1991), pp. 859-871.

Caballero, Ricardo J. “Consumption and Precautionary Savings: Empirical Implications”, Journal of Monetary Economics, January 1990, 25, 113-36

Duffie, D. “Dynamic Asset Pricing Theory”, Princeton: Princeton University Press, 1992

Atish R. Ghosh “International Capital Mobility Amongst the Major Industrialised Countries: Too Little or Too Much?” The Economic Journal, Vol. 105, No. 428. (Jan., 1995), pp. 107-128

Atish R. Ghosh, Johanathan D. Ostry “Macroeconomic Uncertainty, Precautionary Saving, and the Current Account”, Journal of Monetary Economics 40(1997), pp. 121-139

Joon-Ho Hahm, Douglas G. Steigerwald “Consumption Adjustment under Time-Varying Income Uncertainty”, The Review of Economics and Statistics, Vol. 81, No. 1 (Feb., 1999), pp. 32-40.

Ingersoll, J.E. “Theory of Financial Decision Making”, Totowa, N.J.: Rowman and Littlefield, 1987

Miles S. Kimball “Precautionary Saving in the Small and in the Large”, Econometrica, Vol.58, No.1 (January, 1990), 53-73

Klein P., “Using the Generalized Schur Form to Solve a Multivariate Linear Rational Expectations Model.” Journal of Economic Dynamics and Control 24, 2000, 1405-1423

Yulei Luo “Consumption, Investment, and the Current Account in an Open Economy with Habit Formation”, Department of Economics, Princeton University, Working Paper, 2001

Obstfeld, M., Rogoff, K. “The Intertemporal Approach to the Current Account”, Handbook of International Economics, Ch.34, 1995

Obstfeld, M., Rogoff, K. “Foundations of International Macroeconomics”, The MIT Press, 1996.

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?
Sachs, J., Larrain, F. “Macroeconomics in the Global Economy”, 1993

Schmitt-Grohe, S., Uribe, M., “Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second-Order Approximation to the Policy Function”, *Journal of Economic Dynamics and Control* 28, 2004, 755-775

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. “Численные методы”, М.:Бином. Лаборатория Знаний, 2004

Бессонов В.А. “Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике.”, М.: ИЭПП, 2002

Бессонов В.А. “Анализ динамики совокупной факторной производительности в российской переходной экономике//Факторы экономического роста российской экономики”, М.: ИЭПП, 2003

Воскобойников И.Б. “Нерыночный капитал и его влияние на динамику инвестиций в российской экономике”, Москва, ИЭПП, 2004

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

Приложение 1. Экспоненциальная модель.

А) Докажем, что для $v_{s+1} \sim N(0, \zeta^2)$ выполнено следующее равенство: $E_s(v_{s+1} e^{-\theta D v_{s+1}}) = -\theta D \zeta^2$.

Действительно,

$$\begin{aligned} E_s(v_{s+1} e^{-\theta D v_{s+1}}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} \int_{-\infty}^{\infty} u e^{-\theta D u \frac{u^2}{2\zeta^2}} du = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} \int_{-\infty}^{\infty} u e^{-\frac{(u+\theta D \zeta^2)^2}{2\zeta^2}} du = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} \int_{-\infty}^{\infty} m e^{-\frac{m^2}{2\zeta^2}} dm - \theta D \zeta^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m^2}{2\zeta^2}} dm = -\theta D \zeta^2. \end{aligned} \quad (83)$$

Б) Нахождение равновесных уровней потребления и дохода.

Используя соотношение (16), возьмем теперь условное математическое ожидание от обеих частей динамического бюджетного ограничения (5):

Будем вначале предполагать, что $t > 0$:

$$E_t \left(\sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} (C_s + I_s) \right) = (1+r)B_t + E_t \left(\sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} (A_s F(K_s) + p_s R) \right), \quad (84)$$

$$\begin{aligned} E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} C_s &= \frac{C_t}{1-\alpha} + \Gamma \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} (s-t) + (1-p) D m \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} (s-t) \\ &= \frac{C_t}{1-\alpha} + \Gamma \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} + (1-p) D m \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}, \end{aligned} \quad (85)$$

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} I_s = \frac{I}{1-\alpha}, \quad (86)$$

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} p_s R_s = E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} p_s R = \frac{R p_t}{1-\alpha}, \quad (87)$$

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} A_s F(K_s) = A_t F(K) + F(K)(1-p)m \sum_{s=t+1}^{\infty} \alpha^{s-t} = A_t F(K) + F(K)(1-p)m \frac{\alpha}{1-\alpha}. \quad (88)$$

Подставляя в (84), получим:

$$\frac{C_t}{1-\alpha} + \Gamma \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} + (1-p) D m \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} + \frac{I}{1-\alpha} = \frac{B_t}{\alpha} + \frac{R p_t}{1-\alpha} + A_t F(K) + (1-p)m F(K) \frac{\alpha}{1-\alpha}. \quad (89)$$

Следовательно, в случае $t > 0$

$$C_t = \frac{1-\alpha}{\alpha} B_t + R p_t + (1-\alpha) A_t F(K) + \alpha(1-p)m F(K) - I - \frac{\alpha}{1-\alpha} \Gamma - \frac{\alpha}{1-\alpha} (1-p) D m. \quad (90)$$

Если $t = 0$, то соотношение (86) заменится на

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} I_s = \frac{I}{1-\alpha} + (1-\delta)(K - K_0), \quad (86)'$$

а соотношение (88) – на

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} A_s F(K_s) = A_0 F(K_0) + F(K)(1-p)m \sum_{s=1}^{\infty} \alpha^s = A_0 F(K_0) + F(K)(1-p)m \frac{\alpha}{1-\alpha}. \quad (88)'$$

Следовательно, при $t = 0$

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$$C_0 = \frac{1-\alpha}{\alpha} B_0 + Rp_0 + (1-\alpha)A_0F(K_0) + \alpha(1-p)mF(K) - I - \frac{\alpha}{1-\alpha}\Gamma - \frac{\alpha}{1-\alpha}(1-p)Dm - (1-\delta)(K-K_0)(1-\alpha). \quad (90)'$$

$$\text{Получаем, что } G = R, D = \frac{r}{1+r} F(K). \quad (91)$$

Действительно, в случае, если $t > 1$:

$$\begin{aligned} C_t - C_{t-1} &= \frac{r}{1+r} F(K)A_t + R\varphi\mu_t + [r(B_t - B_{t-1}) - \frac{r}{1+r} F(K)A_{t-1}] = \\ &= \frac{r}{1+r} F(K)A_t + R\varphi\mu_t + r^2B_{t-1} + rA_{t-1}F(K) + rp_{t-1}R - \\ &- r(rB_{t-1} + p_{t-1}R + \frac{r}{1+r} F(K)A_{t-1} - I_{t-1} - \frac{\Gamma}{r}) - rI_{t-1} - \frac{r}{1+r} F(K)A_{t-1} = \\ &= \frac{r}{1+r} F(K)A_t + R\varphi\mu_t + \Gamma. \end{aligned} \quad (92)$$

Для $t = 1$ получим, что

$$\begin{aligned} C_t - C_{t-1} &= \frac{r}{1+r} F(K)A_t + R\varphi\mu_t + r^2B_{t-1} + rA_{t-1}F(K_{t-1}) + rp_{t-1}R - \\ &- r(rB_{t-1} + p_{t-1}R + \frac{r}{1+r} F(K_{t-1})A_{t-1} - I - \frac{r}{1+r}(1-\delta)(K-K_{t-1}) - \frac{\Gamma}{r}) - \\ &- r(I + (1-\delta)(K-K_{t-1})) - \frac{r}{1+r} F(K_{t-1})A_{t-1} + \frac{r}{1+r}(1-\delta)(K-K_{t-1}) = \\ &= \frac{r}{1+r} F(K)A_t + R\varphi\mu_t + \Gamma. \end{aligned} \quad (92)'$$

Отсюда, подставляя найденное значение для D в (90) и (90)', находим, что при $t > 0$

$$C_t = rB_t + Rp_t + \frac{r}{1+r} A_tF(K) - I - \frac{\Gamma}{r}, \quad (93)$$

при $t = 0$

$$C_0 = rB_0 + Rp_0 + \frac{r}{1+r} A_0F(K) - I - \frac{\Gamma}{r} - (1-\delta)(K-K_0)\frac{r}{1+r}. \quad (93)'$$

Равновесный счет текущих операций равен:

При $t > 0$:

$$\begin{aligned} CA_t &= B_{t+1} - B_t = rB_t + A_tF(K) - C_t - I_t + p_tR = \\ &= rB_t + A_tF(K) - I_t + p_tR - rB_t - p_tR - \frac{r}{1+r} A_tF(K) + I_t + \frac{\Gamma}{r} = \\ &= \frac{1}{1+r} A_tF(K) + \frac{\Gamma}{r}. \end{aligned} \quad (94)$$

При $t = 0$:

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

$$CA_0 = B_1 - B_0 = rB_0 + A_0F(K_0) - I - (1 - \delta)(K - K_0) + p_0R - rB_0 - p_0R - \frac{r}{1+r}A_0F(K_0) + I + \frac{\Gamma}{r} + \frac{r}{1+r}(1 - \delta)(K - K_0) = \frac{1}{1+r}A_0F(K_0) + \frac{\Gamma}{r} - \frac{1}{1+r}(1 - \delta)(K - K_0). \quad (94)'$$

Доход агента на начало периода $t > 0$ равен

$$W_t = (1+r)(B_0 + \sum_{i=0}^{t-1} CA_i) + A_tF(K) + p_tR = (1+r)B_0 + \frac{1+r}{r}\Gamma t + (A_0F(K_0) + F(K)(\sum_{i=1}^t A_i) + p_tR - (1 - \delta)(K - K_t)). \quad (95)$$

Если $t = 0$, то доход агента равен

$$W_0 = (1+r)B_0 + A_0F(K_0) + p_0R. \quad (95)'$$

В) Симуляции.

Возьмем оцененные значения параметров модели для случая CRRA-функции полезности и построим равновесные уровни капитала, инвестиций и счета текущих операций при различных значениях вероятности дефолта ($q \in \{0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2\}$) и величины мотива сбережений из предосторожности ($\theta \in \{1, 10, 50, 100\}$). Единица измерения равна 1 трлн долларов США конца 90-х годов.

$$m = 0.3, \quad \zeta = 0.001632, \quad R = 200000000, \quad r = 0.045, \quad \beta = 0.956938, \quad \delta = 0.05, \quad \alpha = 0.3, \\ \varphi = 0.0000000000427$$

Таблица 1.В.1

q	θ	K	I	CA
0,01	1	0,912308	0,045615	0,000828
0,05	1	0,859502	0,042975	0,00089
0,1	1	0,794942	0,039747	0,000957
0,15	1	0,732023	0,036601	0,001007
0,2	1	0,670785	0,033539	0,001044
0,01	10	0,910727	0,045536	0,008286
0,05	10	0,852272	0,042614	0,008935
0,1	10	0,782033	0,039102	0,009591
0,15	10	0,714822	0,035741	0,01009
0,2	10	0,650526	0,032526	0,010448
0,01	50	0,901224	0,045061	0,041589
0,05	50	0,811453	0,040573	0,045202
0,1	50	0,71406	0,035703	0,048485
0,15	50	0,629636	0,031482	0,050694
0,2	50	0,55551	0,027776	0,052067
0,01	100	0,881186	0,044059	0,083695
0,05	100	0,738557	0,036928	0,091654
0,1	100	0,610315	0,030516	0,097658
0,15	100	0,514479	0,025724	0,101006
0,2	100	0,438966	0,021948	0,102653

Таким образом, чем сильнее мотив сбережений из предосторожности, тем меньше агенты инвестируют, меньше равновесное значение капитала и больше счета текущих операций, уменьшение рисков, связанных с вложением в отечественное производство (уменьшение вероятности дефолта)

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала? означает рост равновесных капитала и инвестиций, уменьшение равновесного счета текущих операций.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Модель с функцией полезности вида CRRA.

А) Оценивание макроэкономических параметров.

Для калибровки модели используются данные Госкомстата, платежного баланса Центробанка, а также ежедневные значения цен на нефть марки URALS, доступные в Интернете (<http://www.scotia-group.com/downloads/OilPrice.xls>).

Таблица 2.А.1

Год	K0	Y0	DK	DY	K1999	Y1999	I0	DI	I1999	δ
1999	14246427	4823234			14246427	4823234	670439		670,439	0,04606
2000	16605251	7305646	100,1	130,0813	14260673	6274125		117,4	787,0954	0,051193
2001	20241428	8943582	100,4	100,8303	14317716	6326220		110	865,8049	0,054471
2002	24430544	10834170	100,6	100,9695	14403622	6387552		102,8	890,0475	0,054793
2003	30555875	13285241	100,7		14504448					

K0 – основные фонды (на начало года, по полной учетной стоимости, в текущих ценах, млн руб)

Y0 – валовой внутренний продукт (ВВП) в рыночных ценах (млн руб)

DK – изменение основных фондов года в процентах к прошлому году в сопоставимых ценах

DY – изменение ВВП в процентах к прошлому году в сопоставимых ценах

K1999 – основные фонды в ценах 1999 года

Y1999 – ВВП в ценах 1999 года

I0 – инвестиции в основной капитал (в текущих ценах, млн руб)

DI – изменение инвестиций в основной капитал в процентах к прошлому году в сопоставимых ценах

I1999 – инвестиции в основной капитал в ценах 1999 года

δ – норма амортизации

Таблица 2.А.2

Год	K	Y	A	AF'(K)
1999	0,6899	0,233571	0,261046	0,101516
2000	0,69059	0,303832	0,339318	0,131725
2001	0,693352	0,306354	0,341624	0,132157
2002	0,697512	0,309325	0,344266	0,132577
2003	0,702395			

K – основные фонды на начало года в триллионах долларов (доллар 1999 года)

Y – ВВП в триллионах долларов (доллар 1999 года)

A – коэффициент производительности

AF'(K) – предельная производительность капитала

Таблица 2.А.3

Год	P	DP	ExOil	CA
1985	208,6172			
1986	102,7004	-105,917		
1987	133,2936	30,5932		
1988	107,338	-25,9556		
1989	130,0024	22,6644		
1990	169,6464	39,644		

Шейнзон И.А. Равновесный счет текущих операций в России: может ли мотив сбережений из предосторожности оказаться более важным фактором, чем высокая доходность капитала?

1991	142,5688	-27,0776		
1992	135,4628	-7,106		
1993	115,6408	-19,822		
1994	114,5188	-1,122		6963
1995	123,42	8,9012		6963
1996	149,6	26,18		10847
1997	137,1832	-12,4168		-80
1998	88,7128	-48,4704		219
1999	128,282	39,5692		24616
2000	200,6884	72,4064	145	46839
2001	172,6384	-28,05	161,8	33935
2002	178,398	5,7596	188,7	29116
2003	204,1292	25,7312	223	35410
2004	257,2372	53,108	257,4	60109
2005	326,8571	69,61988		

P–среднегодовая мировая цена за тонну нефти марки URALS (в долларах)

DP–приращение среднегодовой цены нефти

ExOil – экспорт сырой нефти за рубеж (млн тонн)

CA–счет текущих операций (в миллионах долларов)

В) Полученные результаты:

1) Для оцененных параметров российской экономики посмотрим, как изменятся равновесные счет текущих операций, капитал и инвестиции при варьировании параметров $q \in \{0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2\}$ и $\gamma \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

$$m = 0.3, \zeta = 0.001632, R = 200000000, r = 0.045, \beta = 0.956938, 0.0000000002, K_0 = 0.7,$$

$$B_0 = 0.1, \delta = 0.05, \alpha = 0.3, \varphi = 0.000000000427$$

Таблица 2.В.1

q	γ	i_1^3	b_1^2	b_1^3	K	I	CA	\bar{K}	\bar{I}
0,01	1	-0,0085	-0,0697	0,0238	0,908223	0,045411	0,007649	0,912473	0,045624
0,05	1	-0,0216	-0,074	0,0424	0,849465	0,042473	0,010396	0,860265	0,043013
0,1	1	-0,0335	-0,0799	0,0592	0,77957	0,038979	0,012839	0,79632	0,039816
0,15	1	-0,0435	-0,0867	0,0733	0,712131	0,035607	0,014879	0,733881	0,036694
0,2	1	-0,0522	-0,0946	0,0857	0,646896	0,032345	0,016718	0,672996	0,03365
0,01	2	-0,0185	-0,0697	0,042	0,903223	0,045161	0,011747	0,912473	0,045624
0,05	2	-0,0468	-0,074	0,0786	0,836865	0,041843	0,01588	0,860265	0,043013
0,1	2	-0,0719	-0,0799	0,1112	0,76037	0,038019	0,019598	0,79632	0,039816
0,15	2	-0,0927	-0,0867	0,1383	0,687531	0,034377	0,022707	0,733881	0,036694
0,2	2	-0,1107	-0,0946	0,162	0,617646	0,030882	0,025505	0,672996	0,03365
0,01	3	-0,0287	-0,0743	0,0603	0,898123	0,044906	0,015792	0,912473	0,045624
0,05	3	-0,0722	-0,074	0,1152	0,824165	0,041208	0,021452	0,860265	0,043013
0,1	3	-0,1107	-0,0716	0,1638	0,74097	0,037049	0,02644	0,79632	0,039816
0,15	3	-0,1425	-0,0867	0,2041	0,662631	0,033132	0,03058	0,733881	0,036694
0,2	3	-0,1699	-0,0937	0,2391	0,588046	0,029402	0,034262	0,672996	0,03365
0,01	4	-0,0389	-0,0669	0,0787	0,893023	0,044651	0,019887	0,912473	0,045624
0,05	4	-0,0978	-0,0798	0,152	0,811365	0,040568	0,027005	0,860265	0,043013
0,1	4	-0,1497	-0,1005	0,2166	0,72147	0,036074	0,033168	0,79632	0,039816
0,15	4	-0,1926	-0,091	0,2702	0,637581	0,031879	0,038378	0,733881	0,036694
0,2	4	-0,2294	-0,0881	0,3166	0,558296	0,027915	0,04302	0,672996	0,03365
0,01	5	-0,0492	-0,0725	0,0971	0,887873	0,044394	0,023928	0,912473	0,045624
0,05	5	-0,1234	-0,074	0,1888	0,798565	0,039928	0,032559	0,860265	0,043013
0,1	5	-0,1889	-0,0751	0,2696	0,70187	0,035094	0,040015	0,79632	0,039816
0,15	5	-0,2427	-0,0739	0,3364	0,612531	0,030627	0,046306	0,733881	0,036694
0,2	5	-0,289	-0,0946	0,3943	0,528496	0,026425	0,051662	0,672996	0,03365

2) Увеличение волатильности цены на нефть в 2 раза

$m = 0.3, \zeta = 0.001632, R = 200000000, r = 0.045, \beta = 0.956938, p_0 = 0.0000000002, K_0 = 0.7,$

$B_0 = 0.1, \delta = 0.05, \alpha = 0.3, \varphi = 2 * 0.000000000427$

Таблица 2.В.2

q	γ	i_1^3	b_1^2	b_1^3	K	I	CA	\bar{K}	\bar{I}
0,01	1	-0,017	-0,0697	0,0713	0,903973	0,045199	0,027147	0,912473	0,045624
0,05	1	-0,0403	-0,074	0,1058	0,840115	0,042006	0,032735	0,860265	0,043013
0,1	1	-0,0598	-0,0799	0,1355	0,76642	0,038321	0,037814	0,79632	0,039816
0,15	1	-0,0757	-0,0867	0,1603	0,696031	0,034802	0,042238	0,733881	0,036694
0,2	1	-0,0894	-0,0946	0,1822	0,628296	0,031415	0,046305	0,672996	0,03365
0,01	2	-0,0358	-0,0697	0,1182	0,894573	0,044729	0,041189	0,912473	0,045624
0,05	2	-0,0845	-0,074	0,1841	0,818015	0,040901	0,049734	0,860265	0,043013
0,1	2	-0,125	-0,0799	0,2401	0,73382	0,036691	0,057394	0,79632	0,039816
0,15	2	-0,1578	-0,0867	0,2864	0,654981	0,032749	0,06403	0,733881	0,036694
0,2	2	-0,1858	-0,0946	0,327	0,580096	0,029005	0,070192	0,672996	0,03365
0,01	3	-0,0548	-0,0743	0,1655	0,885073	0,044254	0,055322	0,912473	0,045624
0,05	3	-0,1291	-0,074	0,2631	0,795715	0,039786	0,066846	0,860265	0,043013
0,1	3	-0,191	-0,0716	0,3458	0,70082	0,035041	0,077073	0,79632	0,039816
0,15	3	-0,2408	-0,0867	0,4138	0,613481	0,030674	0,085872	0,733881	0,036694
0,2	3	-0,2833	-0,0937	0,4733	0,531346	0,026567	0,09406	0,672996	0,03365
0,01	4	-0,0739	-0,0669	0,213	0,875523	0,043776	0,069504	0,912473	0,045624
0,05	4	-0,1741	-0,0798	0,3425	0,773215	0,038661	0,083898	0,860265	0,043013
0,1	4	-0,2573	-0,1005	0,4519	0,66767	0,033384	0,096468	0,79632	0,039816
0,15	4	-0,3243	-0,091	0,5418	0,571731	0,028587	0,107554	0,733881	0,036694
0,2	4	-0,3814	-0,0881	0,6203	0,482296	0,024115	0,117848	0,672996	0,03365
0,01	5	-0,0931	-0,0725	0,2607	0,865923	0,043296	0,083721	0,912473	0,045624
0,05	5	-0,2191	-0,074	0,422	0,750715	0,037536	0,101006	0,860265	0,043013
0,1	5	-0,3237	-0,0751	0,5583	0,63447	0,031724	0,116316	0,79632	0,039816
0,15	5	-0,4079	-0,0739	0,6701	0,529931	0,026497	0,129563	0,733881	0,036694
0,2	5	-0,4797	-0,0946	0,7676	0,433146	0,021657	0,141229	0,672996	0,03365

3) Увеличение экспорта нефти в 2 раза

$m = 0.3, \zeta = 0.001632, R = 2 * 200000000, r = 0.045, \beta = 0.956938, p_0 = 0.0000000002,$

$K_0 = 0.7, B_0 = 0.1, \delta = 0.05, \alpha = 0.3, \varphi = 0.000000000427$

Таблица 2.В.3

q	γ	i_1^3	b_1^2	b_1^3	K	I	CA	\bar{K}	\bar{I}
0,01	1	-0,0147	-0,0697	0,062	0,905123	0,045256	0,023648	0,912473	0,045624
0,05	1	-0,0346	-0,074	0,0914	0,842965	0,042148	0,028389	0,860265	0,043013
0,1	1	-0,051	-0,0799	0,1161	0,77082	0,038541	0,032524	0,79632	0,039816
0,15	1	-0,0641	-0,0867	0,1362	0,701831	0,035092	0,036005	0,733881	0,036694
0,2	1	-0,075	-0,0946	0,1536	0,635496	0,031775	0,039233	0,672996	0,03365
0,01	2	-0,031	-0,0697	0,1029	0,896973	0,044849	0,035942	0,912473	0,045624
0,05	2	-0,0729	-0,074	0,1592	0,823815	0,041191	0,043101	0,860265	0,043013
0,1	2	-0,1071	-0,0799	0,206	0,74277	0,037139	0,049335	0,79632	0,039816
0,15	2	-0,1341	-0,0867	0,2438	0,666831	0,033342	0,054655	0,733881	0,036694
0,2	2	-0,1565	-0,0946	0,2759	0,594746	0,029737	0,05941	0,672996	0,03365
0,01	3	-0,0476	-0,0557	0,144	0,888673	0,044434	0,048184	0,912473	0,045624
0,05	3	-0,1115	-0,074	0,2275	0,804515	0,040226	0,057885	0,860265	0,043013
0,1	3	-0,1637	-0,0799	0,2967	0,71447	0,035724	0,066232	0,79632	0,039816
0,15	3	-0,2048	-0,0808	0,3522	0,631481	0,031574	0,073276	0,733881	0,036694
0,2	3	-0,2388	-0,0946	0,3994	0,553596	0,02768	0,079626	0,672996	0,03365
0,01	4	-0,0642	-0,0561	0,1853	0,880373	0,044019	0,060521	0,912473	0,045624
0,05	4	-0,1503	-0,0736	0,2961	0,785115	0,039256	0,072692	0,860265	0,043013
0,1	4	-0,2206	-0,0611	0,3878	0,68602	0,034301	0,083228	0,79632	0,039816
0,15	4	-0,2758	-0,0867	0,4611	0,595981	0,029799	0,091826	0,733881	0,036694
0,2	4	-0,3215	-0,1035	0,5233	0,512246	0,025612	0,099563	0,672996	0,03365
0,01	5	-0,0808	-0,0667	0,2267	0,872073	0,043604	0,072896	0,912473	0,045624
0,05	5	-0,1503	-0,0736	0,2961	0,785115	0,039256	0,072692	0,860265	0,043013
0,1	5	-0,2776	-0,0876	0,479	0,65752	0,032876	0,099856	0,79632	0,039816
0,15	5	-0,3469	-0,0607	0,5702	0,560431	0,028022	0,110737	0,733881	0,036694
0,2	5	-0,4044	-0,1022	0,6474	0,470796	0,02354	0,119411	0,672996	0,03365