Содержание

1. Введение.

Часто аукционы называют эффективным способом распределения ограниченных ресурсов. Эффективность означает присуждение объекта тому агенту, кто ценит его больше всех. К сожалению, в большинстве реальных ситуаций построить эффективный механизм невозможно. В таких случаях интересной задачей является ответ на вопрос, можно ли сократить потери эффективности путем публичного обнародования некоей дополнительной информации.

Вопросы эффективности не являются чисто теоретическими. Аукционы используются при продаже множества вещей, начиная с недвижимости и антиквариата и заканчивая правами на разработку месторождений. Аукционы часто применяются при приватизации государственных предприятий и проведении процедуры банкротства. В настоящее время в России устанавливается механизм по продаже через аукцион квот на вылов рыбы. Вскоре правительству придется задуматься об эффективном способе продажи мобильных радиочастот и распределении госзаказов. Главной целью таких аукционов, как часто заявляют устроители, является скорее максимизация общественного благосостояния, нежели высокая выручка от аукциона.

Часто случается ситуация, когда аукционер имеет доступ к некоему закрытому источнику информации и может обязаться выполнять какую-то определенную процедуру: либо скрывать от всех любую доступную ему информацию, либо всегда правдиво обнародовать все, что ему известно, либо сообщать информацию только в том случае, когда она благоприятна. Естественным вопросом кажется следующий: какая из процедур предпочтительна с точки зрения повышения эффективности.

Ответ на этот вопрос может иметь глубокое практическое значение. Например, в настоящее время все результаты аукционов по продажам рыбных квот являются закрытыми. В торговый зал допускаются лишь внесшие залог. Ни цены продаж, ни победители не известны публике. Однако, если раскрытие любой релевантной информации дает увеличение эффективности, то социально оптимальным решением было бы опубликование в печати до аукциона результаты предыдущего аукциона.

Итак, основной вопрос – верно ли, что больше информации означает больше эффективности? Естественным ответом кажется «да». Рассуждения могут быть следующие: чем меньше неопределенности, тем меньше вероятность того, что объект попадет не в те руки. Для получения общего результата, однако, нам следует рассмотреть более точное описание модели.

Литература, относящаяся к проблемам эффективности аукционов, обширна. Наиболее систематизированный обзор литературы по теории аукционов, начиная с ранних работ и заканчивая последними достижениями, можно найти в работе Клемперера (Klemperer (1999)). Наиболее изученным случаем является модель, где агенты обладают квазилинейной функцией полезности, зависящей от частной информации агента (сигнала), выбранной альтернативы и денежного трансферта, но не от информации других агентов. В данной постановке агент знает насколько ценен объект для него, но не знает о ценности объекта для конкурентов (предположение об индивидуальных ценностях). Ценности предполагаются независимо распределенными с заданными функциями распределения. Агенты, по предположению, действуют не кооперативно.

В постановке, описанной выше, механизмы Кларка – Гровса - Викри позволяют достигнуть полной эффективности (см., Vickrey, 1961). В аукционе Викри, или так называемом аукционе второй цены, объект достается участнику, сделавшему максимальную ставку, при этом он платит вторую по величине ставку. Правдивое выявление индивидуальной ценности объекта является доминирующей стратегией в аукционе Викри.

Однако, в чуть более сложной (и близкой к реальности) постановке, когда сигналы агентов зависимы, или когда участники не знают в точности их свои персональные ценности объекта, аукционы не являются эффективными.

Предположения об индивидуальных ценностях практически выполняются в аукционах потребительских товаров. Полезность, получаемая от потребления такого товара, может рассматриваться целиком как персональная характеристика агента. Участник знает абсолютно точно, насколько нравится и нужен ему объект, и позволяет окружающим оценивать его иначе. Вкусы вполне могут рассматриваться как независимые величины.

Однако, большинство реальных ситуаций не удовлетворяют описанным выше предположениям. Например, рассмотрим аукцион по приватизации фирмы. Ценность фирмы зависит от качества оборудования, возможности модернизации и ожидаемой цены на выпускаемую продукцию. Эти и многие другие факторы составляют неизвестную общую для всех компоненту ценности. Но в то же время, талант менеджеров, имеющиеся научные разработки, рыночная власть могут рассматриваться как индивидуальная (своя для каждой фирмы) характеристика, которая является приватной информацией.

В качестве другого примера давайте рассмотрим аукцион по продаже картин. Взглянув на картину, каждый участник может определить для себя, нравится ли ему эта картина. Это мнение является целиком индивидуальным, и мы можем предположить, что оценки различных агентов распределены независимо. Однако, никто не покупает картину основываясь только на собственном вкусе. Участники также принимают во внимание следующие факторы, составляющие общую компоненту: 1) картина может быть в последствии перепродана по некой цене, определяемой рынком; 2) авторство картины может быть под вопросом.

Таким образом, множество реальных ситуаций обладает следующими характеристиками:

- Агент не знает в точности ценность объекта для него;
- Персональная ценность зависит от информации, которой обладают конкуренты, и от их ценностей (взаимозависимые ценности);
- Сигналы, получаемые участниками, многомерны;
- Ценности включают персональные компоненты, т.е. различны для разных участников.

Включение хотя бы одной из перечисленных выше характеристик в модель приводит к неэффективности аукционов. Примеры неэффективных аукционов могут быть найдены в работах

Маскина (Maskin, 2001) и Маскина и Релье (Maskin, Riley, 2000). Неэффективность в аукционах с финансовыми ограничениями обсуждается в статье Маскина (Maskin, 2000). Неэффективность, порождаемая многомерностью сигналов, исследовалась в работах Дасгупта и Маскина (Dasgupta, Maskin, 1999), Гора и Оффермана (Goeree, Offerman, 1999), Джейла и Молдавану (Jehiel, Moldovanu, 1999), и Псендорфеля и Швинкельса (Pesendorfer, Swinkels, 1999).

В данной работе исследуется модель, включающая все описанные выше характеристики. Основной целью исследования является ответ на вопрос, ведет ли публичное обнародование дополнительной информации к сокращению потерь эффективности. Насколько нам известно, не существует общего результата о влиянии информации на эффективность аукционов. В то же время, имеется немало работ о зависимости информации и эффективности в постановке с большим числом участников, см., например, работы Милгрома (Milgrom, 1981) и Псендорфеля и Швинкельса (Pesendorfer, Swinkels, 1999).

Хочется отметить статью Гора и Оффермана (Goeree, Offerman 1999), связанную с интересующей нас темой, в которой авторы утверждают, что раскрытие любой дополнительной информации увеличивает эффективность. Однако, интерпретация авторами дополнительной информации выглядит не совсем корректной. Они трактуют выявляемую информацию как независимое случайное слагаемое в общей компоненте. Таким образом, ситуации с выявлением информации и без оной описываются разными моделями.

В этой работе мы будем главным образом исследовать неэффективность, возникающую из-за многомерности наблюдаемых участниками сигналов. Аукционы в модели с многомерными сигналами обсуждались в работах Гора и Оффермана (Goeree, Offerman, 1999), Джейла, Молдавану и Сташетти (Jehiel, Moldovanu, Stacchetti, 1999) и Джексона (Jackson, 1999).

Обычно неэффективность аукционов с многомерными сигналами возникает из невозможности без потерь суммировать многомерную информацию в одномерную ставку. Например, если рассмотреть постановку, когда индивидуальная ценность существенным образом зависит как от индивидуальной, так и от общей компоненты, а участники приватно наблюдают свои приватные компоненты и некоторую оценку общей части, то большая ставка участника может означать, как большую величину индивидуальной компоненты, так и слишком оптимистичную оценку общей.

Как мы видим, потери эффективности происходят из-за того, что, получая многомерный сигнал и, делая одномерную ставку, участники игнорируют часть своей персональной информации, которая не важна им, но может иметь значения для их партнеров. Таким образом, предположение, что публичное выявление некоторой дополнительной информации сократит потери эффективности, выглядит естественным.

В наших попытках установить общий результат о влиянии выявления информации на эффективность аукционов, мы всегда будем наталкиваться на две проблемы, типичные для теории аукционов в целом:

- *Рафинирование равновесий.* Обычно, в любом аукционе существует огромное количество равновесий Нэша. Важной проблемой является, какое из этих равновесий следует выбрать. Например, в аукционе второй цены всегда существует множество вырожденных равновесий, когда ставка одного из игроков неправдоподобно огромна, а ставки остальных равны нулям. Проблемы отбора подходящего равновесия традиционны для теории игр. В любом аукционе хочется найти некое «выделенное» равновесие, которое все участники рассматривали бы как «честное», так называемую «фокальную точку». Обычно, в симметричной ситуации мы будем считать фокальным симметричное равновесие. В ситуации же несимметричной наши попытки будут направлены на поиск равновесий в недоминируемых стратегиях или равновесий, содержащих «правдивые» стратегии. Задача отбора равновесий при изучении влияния публичного объявления дополнительной информации становится еще более серьезной. Дополнительная сложность заключается в том, что помимо простого отбора фокальных равновесий в ситуации с выявлением дополнительной информации и без оного, мы должны объяснить, почему мы можем считать, что одно равновесие переходит в другое при открытии информации.

- *Фокальная точка может не существовать.* В работе Джексона (Jackson, 1999) был построен пример, показывающий, что в симметричном аукционе с многомерными сигналами может не существовать ни симметричное равновесие, ни равновесие в недоминируемых стратегиях. На самом деле, до сих пор не общего результата, отвечающего на вопрос, когда существуют равновесия в аукционах с многомерными сигналами. Так Псендорфель и Швинкельс в своей работе (Pesendorfer and Swinkels, 1999)) признают, что описывая свойства равновесий в аукционах с многомерными сигналами, они тем не менее не могут доказать существование таких равновесий.

Суммируя сказанное выше, следует отметить, что обе проблемы, так или иначе, являются результатом невозможности полного описания всех равновесий в ситуации с многомерными коррелированными сигналами.

Отчасти наличие этих проблем вынудило нас остановиться на рассмотрении ограниченно-эффективных механизмов, т.е. аукционов, которые позволяют достичь наибольшей эффективности при ограничениях совместимости со стимулами в рамках заданного информационного множества. Нам удалось доказать, что публичное обнародование любой дополнительной информации позволяет увеличить эффективность ограниченно-эффективного механизма.

Основной результат этой работы может быть применен к специальному формату аукциона, введенному Дасгуптой и Маскиным, который реализует ограниченно-эффективный механизм. Для этого формата аукциона равновесие, состоящее из стратегий «говорить правду», составляет фокальное равновесие, что позволяет нам избежать проблемы отбора равновесий и определения эффекта от раскрытия дополнительной информации.

Следует подчеркнуть, что нам не удалось получить результат о том, что во всех ситуациях раскрытие дополнительной информации всегда ведет к увеличению общественного благосостояния. В действительности, это утверждение неверно, нам удалось построить контрпримеры, когда публичное объявление дополнительной информации ухудшало бы ситуацию: вело бы к уменьшению эффективности или к исчезновению фокального равновесия. Возможное объяснение может звучать следующим образом: есть два источника неэффективности – многомерность сигналов и коррелированность информации агентов, в то время, как неэффективность, порожденная первой причиной, снижается при выявлении информации, потери эффективности, обусловленные второй причиной, возрастают.

Мы рассмотрим несколько примеров, призванных дать нам интуицию, когда выявление дополнительной информации увеличивает общественное благосостояние, а когда нет.

Работа построена следующим образом. Во второй главе объясняются причины появления потерь эффективности в аукционах, когда участники обладают многомерной информацией. Основной результат о выявлении информации в ограниченно-эффективных аукционах доказан в третьей главе. В главе 4 построены примеры, указывающие на то, что основной результат не может быть обобщен на все типы аукционов. Примеры, в которых выявление информации благотворно влияет на общественное благосостояние, приведены в пятой главе. Глава 6 состоит из заключительных замечаний.

2. Многомерные сигналы.

В этой главе мы обсудим некоторые особенности аукционов с многомерной информацией. Одна из наиболее серьезных проблем, связанных с данным типом аукционов, - это отсутствие фокальных равновесий. Джексон (Jackson, 1999) построил симметричную модель аукциона второй цены с двумерными аффилированными сигналами, в которой не существует ни симметричного равновесия, ни равновесия в недоминируемых стратегиях.

В известной статье Псендорфеля и Швинкельса (Pesendorfer and Swinkels, 1999) авторы признают тот факт, что не могут доказать существования равновесия, и строят все утверждения по типу: «если равновесие существует, то…».

Как было доказано Джейлом и Молдовану (Jehiel and Moldovanu, 1999), если фокальное равновесие существует в постановке с многомерными сигналами, то оно неэффективно из-за невозможности суммировать многомерную информацию без потерь одномерной ставкой. Для объяснения последней идеи рассмотрим следующий пример.

Пример 1. Данный пример взят из работы Дасгупта и Маскина (Dasgupta and Maskin, 1999).

Предположим, что владелец нефтяного месторождения, состоящего из двух скважин, хочет продать на аукционе право на добычу. Есть две потенциальных фирмы-подрядчика. Первая фирма имеет постоянные издержки бурения c_1, которые являются ее приватной информацией (известны только ей). Кроме того, первая фирма провела независимую экспертизу, благодаря которой получила приватную информацию, что количество нефти в восточной скважине равно q_1. Аналогично, вторая фирма имеет постоянные издержки бурения, равные c_2, и знает, что в западной скважине запас нефти q_2. Все четыре сигнала c_1, c_2, q_1, q_2 независимо распределены.

Прибыль, на которую может рассчитывать фирма-подрядчик i от владения правами на бурение задается формулой $q_1 + q_2 - c_i$. Легко видеть, что вся важная информация, которую может извлечь первая фирма из своего двумерного сигнала равна $t_1 = q_1 - c_1$. Более точно, первая фирма будет иметь абсолютно те же предпочтения на множестве исходов, если она получит сигнал $(q_1 + \Delta, c_1 + \Delta)$ вместо сигнала (q_1, c_1). Таким образом, первая фирма будет основывать свою ставку на статистике t_1, т.е., наилучший ответ на любую ставку второй фирмы будет зависеть от ее приватных сигналов только посредством статистики t_1.

В данной модели эффективным аукционом следует признать тот, который дает право на разработку месторождения фирме с наименьшими постоянными издержками c_i. Однако, если $c_1 < c_2 < c_1 + \Delta$, то при сигнале второго (q_2, c_2), когда сигнал первого равен (q_1, c_1), должен выиграть первый, а когда сигнал первого равен $(q_1 + \Delta, c_1 + \Delta)$, должен выиграть второй. Но в обеих ситуациях исход аукциона будет одинаков, так как не меняются достаточные статистики участников. Таким образом, аукцион второй цены будет неэффективен в данной постановке.

Неэффективность, возникающая в модели с двумерными сигналами, происходит из потерь информации при суммировании многомерного сигнала в одномерную ставку. Заметим, что в одномерном случае на основе ставки участника можно сделать вывод о том, сигнал высокого или низкого уровня он получил. В двумерном случае это невозможно, так как высокая ставка может означать как низкие затраты так и оптимистические ожидания относительно количества нефти в скважине, и эти два фактора неотделимы.

Основная причина неэффективности в описанном выше случае заключается в том, что участники основывают свои стратегии-ставки на неэффективных статистиках. Если бы в нашем примере участники строили свои ставки только в зависимости от статистики c_i, а не от статистики t_i, то исход был бы эффективным. Кажется разумной идея, что если участникам сообщить некую дополнительную информацию, то их отношение к собственным сигналам может измениться, и они будут основывать свои решения на более эффективных статистиках. Например, если участникам официально объявить количество нефти в обеих скважинах, то исход аукциона будет социально оптимальным.

3. Выявление информации в случае ограниченно – эффективных механизмов.

В этой главе мы исследуем влияние публичного объявления некой дополнительной информации на эффективность ограниченно – эффективных аукционов. Затем, основной результат главы будет применен к специальному формату аукциона, введенному Дасгупта и Маскиным (Dasgupta and Maskin, 1999). Основными преимуществами данного формата аукциона являются:

- это наиболее эффективный аукцион, в заданной постановке;
- в нем всегда существует фокальное равновесие, состоящее из стратегий «говорить правду»;
- нам удастся получить общий результат о влиянии дополнительной информации безо всяких предположений о симметрии.

Построим формальную модель. Рассмотрим аукцион, в котором N нейтральных к риску участников соревнуются за один неделимый объект. Агент i наблюдает многомерный сигнал $s_i \in S_i \subseteq \Re^m$. Ценность объекта $v_i(s_i, s_{-i})$ для каждого участника зависит не только от его собственного сигнала, но также и от сигналов конкурентов. Предположим, что все приватно наблюдаемые сигналы $\{s_i\}_{i=1}^n$ независимы.

Как мы видели во второй, главе участники обычно суммируют всю имеющуюся у них информацию в некоторую одномерную достаточную статистику, на основе которой строят свою стратегию-ставку. При этом, если сигнал меняется таким образом, что достаточная статистика остается той же, то предпочтения агента относительно возможных исходов аукциона не меняются. Это наблюдение мы формализуем в виде нетривиального предположения о сепарабельности функции ценности относительно достаточной статистики.

Итак, предположим, что существует одномерная достаточная статистика $\tau_i : \Re^m \to \Re$ со свойством $v_i(s_i, s_{-i}) = \psi(\tau_i(s_i), s_{-i}) = \psi(t_i, s_{-i}),\ t_i = \tau_i(s_i)$.

Введем функцию условной ценности при заданных значениях достаточных статистик:

$$w_i(t_i, t_{-i}) = E\left[\psi(t_i, s_{-i}) \mid \tau_{-i}(s_{-i}) = t_{-i}\right].$$

Как мы видели во второй главе, участники, делая ставки, принимают во внимание только величину t_i, а не точное значение сигнала s_i, таким образом, полная эффективность вряд ли достижима в данном случае. Наилучшее, на что мы можем рассчитывать, это максимум эффективности при ограничениях совместимости со стимулами. Мы будем использовать понятие *ограниченной эффективности*, введенное Дасгупта и Маскиным.

Так как в любом регулярном равновесии каждый участник действует одним и тем же образом при получении сигнала дающего одну и ту же статистику t_i, ограниченно-эффективным механизмом называется механизм отдающий предмет агенту с наибольшей условной функцией ценности $w_i(t_1,...,t_N)$ при заданных достаточных статистиках.

Дасгупта и Маскин доказали, что при некоторых технических предположениях ограниченно – эффективный механизм существует. В двух словах опишем их механизм. Он существенно отличается от привычных форматов аукционов тем, что вместо ставки-числа участники подают ставки-функции (функции наилучшего ответа на ставки конкурентов). Аукционист ищет неподвижную точку многомерного отображения, составленного из функций ставок, и присуждает объект тому, чья ставка максимальна в этой неподвижной точке. Дасгупта и Маскин нашли достаточные условия для существования и единственности неподвижной точки, а также правила платежа такие, чтобы стратегии говорить правду образовывали равновесие Нэша.

Теорема 1. Выявление любой дополнительной информации не уменьшает ожидаемой эффективности любого ограниченно-эффективного механизма. При этом ожидаемая эффективность ограниченно- эффективного аукциона увеличится, если при выявлении информации меняется решающее правило.

(доказательство теоремы приведено в Аппендиксе).

Под эффективностью в данной модели мы понимаем полезность (или прибыль), извлекаемую победителем из использования объекта.

Говоря об ожидаемой эффективности, мы имеем ввиду следующую трактовку. Аукционер (или центральный планировщик, или кто-то еще, кто заботится об общественном благосостоянии) может обязать себя публично сообщать всю имеющуюся у него информацию, тогда в среднем по всем реализациям сигнала и информации, эффективность будет не меньше, чем без этого обязательства.

Рассмотрим пример, демонстрирующий применение данной теоремы.

Пример 2. Предположим, что мы находимся в ситуации, описанной в примере 1. Рассмотрим аукцион второй цены.

Пусть сигналы c_i, q_i имеют стандартное нормальное распределение. Предположим, что аукционер публично обнародует зашумленную общую компоненту $\xi = q_1 + q_2 + \varepsilon$, где шум ε распределен нормально с нулевым средним и дисперсией σ^2. Таким образом, первый узнает величину $\xi_1 = q_2 + \varepsilon$, а второй – величину $\xi_2 = q_1 + \varepsilon$. Тогда

$$\tilde{w}_1(t_1, t_2) = t_1 + E(q_2 \mid q_2 - c_2 = t_2,\ q_2 + \varepsilon = \xi_1) = t_1 + \frac{\sigma^2}{1+2\sigma^2} t_2 + \frac{\xi_1}{1+2\sigma^2};$$

$$\tilde{w}_2(t_1, t_2) = t_2 + \frac{\sigma^2}{1+2\sigma^2} t_1 + \frac{\xi_2}{1+2\sigma^2}.$$

Неравенство $\tilde{w}_1(t_1, t_2) > \tilde{w}_2(t_1, t_2)$ эквивалентно неравенству $q_1 - \frac{1+\sigma^2}{\sigma^2} c_1 > q_2 - \frac{1+\sigma^2}{\sigma^2} c_2$. Это означает, что ограниченно-эффективный механизм присуждает объект участнику, у которого статистика $q_i - \frac{1+\sigma^2}{\sigma^2} c_i$ будет наибольшей.

Легко заметить, что при выполнении неравенства $\sigma^2 < \infty$ статистика, используемая в случае с выявлением информации, дает больше эффективности, чем статистика в случае без оного. Также можно отметить тот факт, что чем меньше дисперсия шума σ^2 (т.е. информация более точная), тем более эффективный исход получаем в результате. Когда же дисперсия σ^2 стремится к нулю, решающее правило стремиться к правилу присуждения объекта участнику с наименьшими издержками.

4. Примеры ситуаций, когда выявление дополнительной информации не увеличивает эффективность.

Как было сказано выше, основной результат получен только для случая ограниченно - эффективных механизмов. В действительности, прямое обобщение основной теоремы на все остальные типы аукционов неверно. В этой главе приведены два примера, в которых выявление дополнительной информации либо не имеет никакого эффекта, либо вовсе ухудшает ситуацию.

В первом из двух примеров мы рассмотрим аукцион второй цены в модели с симметричными участниками, приватно наблюдающими одномерные сигналы. Пример опирается на модель, описанную в работе Милгрома и Вебера (Milgrom and Weber, 1982), с одним важным отличием – ситуацию можно условно назвать «нервной или напряженной».

Участники аукциона в нашей модели не знают наверняка ценность объекта для себя, так как она зависит не только от их персонального сигнала (читай вкуса), но и от сигналов других. Причем мнение (сигнал) других для них более важно, чем свое собственное. В качестве примера такой ситуации можно рассмотреть покупку «товара престижа» или некой экстравагантной вещи (шляпы с пером), или аукцион полотен молодых неизвестных еще художников. Неустойчивость и нервность обстановки, высокий уровень неопределенности выливаются в неэффективность результата аукциона.

Создается впечатление, что любая дополнительная информация, проливающая свет на сигналы партнеров, способна сократить неопределенность, а значит, и нервность обстановки, и привести к более эффективному исходу. Однако, это не так.

В этом примере мы рассмотрим аукцион с симметричными участниками, т.е. все участники характеризуются одинаковым образом своими параметрами вкуса, которые имеют одинаковое распределение. Предположим, что все агенты знают свои параметры вкуса, и никакой другой информацией об объекте не располагают. В данной постановке основное внимание мы будем уделять симметричным равновесиям, состоящим из стратегий, являющихся одинаковыми функциями индивидуальных параметров вкуса.

Идея примера следующая. Если в аукционе обнародуется некая симметричная информация, тогда в симметричном равновесии все стратегии будут функциями, различающимися только одним аргументом - параметром вкуса (он различен для разных участников). Мы предполагаем, что ценность объекта для агента положительным образом зависит от параметра вкуса. Тогда в любом симметричном равновесии стратегии участников будут возрастающими функциями от индивидуальных параметров вкуса. Из этого следует, что победителем всегда будет участник с наибольшим сигналом вне зависимости от того, какая симметричная информация была объявлена. Однако, участник с высоким уровнем сигнала не обязательно является тем, кто ценит объект больше всего. Таким образом, в данном случае выявление информации не будет влиять на исход аукциона.

Перейдем к более точному описанию примера.

Пример 3. Формальная модель следующая. Предположим, что конечное число $N \geq 2$ нейтральных к риску участников делают ставки в надежде выиграть один неделимый объект. Вкус участника с номером i характеризуется одномерным параметром вкуса t_i, который является его приватной информацией (сигналом). Ценность объекта для участника с номером i описывается функцией ценности $v_i(t_i, t_{-i}) = v(t_i, \{t_j\}_{j \neq i})$, которая симметрична относительно сигналов конкурентов. Предположим также, что сигналы $(t_1, ..., t_N)$ являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами.

Выявляемая информация описывается случайным вектором Σ, который является аффилированным с набором сигналов $(t_1, ..., t_N)$. Мы не будем здесь подробно останавливаться на свойствах аффилированных случайных величин, лишь отошлем пытливого читателя к работе Милгрома и Вебера (Milgrom and Weber, 1982), в которой приведены основные определения и свойства.

Сделаем еще одно предположение, пусть функция совместной плотности $f(t_1, ..., t_N, \Sigma)$ всех сигналов и выявленной информации является симметричной по первым N аргументам. Это допущение о симметричности выявляемой информации.

Введем функции:

$$V(x, y) = E(v_i(t_i, t_{-i}) \,|\, t_i = x, \max_{j \neq i} t_j = y, \Sigma); \;\; b(x) = V(x, x).$$

Следующая лемма может быть доказана по аналогии с Теоремой 5 из работы Милгрома и Вебера (Milgrom and Weber, 1982):

Лемма 1. а) Набор функций $(b, b, ..., b)$ образует фокальное равновесие Нэша;

б) Функции $V(x, y)$ и $b(x)$ возрастающие по всем своим аргументам.

Из леммы 1 легко получит заключение, что в фокальном равновесии победителем будет участник с наибольшим сигналом (но не всегда с наибольшей оценкой объекта).

Например, пусть функция ценности имеет следующий вид: $v_i(t_i, t_{-i}) = t_i + \alpha \sum_{j \neq i} t_j$, где $\alpha > 1$. Эта функция выражает идею, что вкусы других людей в отношении данного товара более важны, чем свой собственный.

Подобная ситуация возможна при продаже чего-то необычного или даже экстравагантного. В подобной постановке, как это ни странно, наибольшую полезность объект приносит тому, кто обладает наименьшим сигналом t_i. Однако, аукцион второй цены, как доказано в лемме 1, присуждает объект участнику с наибольшим сигналом, т.е. тому, кому он наименее полезен. таким образом, в данной постановке аукцион дает наименьший уровень полезности, и ситуация не меняется, когда становится известна дополнительная информация.

Проблема, показанная в данном примере, заключается в том, что не смотря на то, что становится известна новая информация, агенты базируют свои стратегии на той же неизменной статистике t_i. Это обуславливается одномерностью индивидуальных сигналов.

Второй пример в этой главе посвящен ситуации, когда выявление дополнительной информации понижает эффективность аукциона. Я благодарна Алексею Макрушину (ЦЭМИ) за идею этого примера.

Пример 4. Рассмотрим симметричную постановку с двумя агентами. Ценность объекта для участника с номером *i* задана формулой $v_i = t_i + q$, где t_i обозначает индивидуальную компоненту, которая известна участнику с номером *i* и неизвестна его конкуренту. Величина q является неизвестной обоим независимой случайной компонентой. Предположим, что $Eq = \mu$.

В случае отсутствия какой- либо информации об общей компоненте *q*, симметричное равновесие состоит из недоминируемых стратегий $b_i = t_i + \mu$. Это равновесие Парето оптимально.

Пусть аукционист публично объявляет величину $\Sigma = t_1 + q$, тогда следующие недоминируемые стратегии $b_1 = \Sigma;\ b_2 = t_2 + E(q \mid q + t_1 = \Sigma)$ образуют фокальное равновесие Нэша. Легко видеть, что это равновесие не является эффективным (см. Аппендикс). Таким образом, выявление дополнительной информации в данном примере привело к сокращению эффективности аукциона.

Два, приведенных выше, примера показывают, что прямое обобщение теоремы 1 на механизмы, не являющиеся ограниченно-эффективными, неверно. В обоих примерах существуют ограниченно-эффективные механизмы, которые позволяют достичь полной эффективности.

Последний пример в этой главе посвящен случаю, когда выявление симметричной информации в симметричном случае убивает симметричное равновесие (фокальная точка исчезает).

Пример 5. Пример основан на работе Джексона (Jackson, 1999).

Два симметричных агента участвуют в аукционе второй цены. Ценность объекта для участника с номером *i* равна $v_i = \frac{1}{2}t_i + \frac{1}{2}q$. Индивидуальная компонента ценности t_i, которая известна только участнику, но не его конкуренту, может принимать два значения 0 и 1 с равными вероятностями. Общая компонента *q*, неизвестная никому из участников, может принимать два значения 0 или *V* с равными вероятностями. Величина *V* неизвестна и равна 3/16 с вероятностью 8/9 или 3 с вероятностью1/9, т.е. $EV = 1/2$.

Агент с номером i, помимо своей персональной компоненты t_i, наблюдает сигнал s_i, характеризующий распределение общей компоненты, по следующему правилу:

$$P(s_i = 0 \mid q = 0) = \tfrac{3}{4};\quad P(s_i = \tfrac{1}{2} \mid q = 0) = \tfrac{1}{4};\quad P(s_i = 1 \mid q = 0) = 0;$$
$$P(s_i = 0 \mid q = V) = 0;\quad P(s_i = \tfrac{1}{2} \mid q = V) = \tfrac{1}{4};\quad P(s_i = 1 \mid q = V) = \tfrac{3}{4};$$

Таким образом, наблюдая сигнал $s_i = 0$, агент уверен, что $q = 0$, если же он наблюдает сигнал $s_i = 1$, то знает, что $q = V$. Однако, если $s_i = 1/2$, то никакой дополнительной информации этот сигнал не несет.

Предположим, что величины t_1, t_2, q независимы в совокупности, а случайные величины s_1, s_2 независимы условно на величину q.

Лемма 2. Стратегии делать ставки $b(t_i, s_i) = \frac{1}{2}t_i + \frac{1}{2}s_i EV$ образуют фокальное симметричное равновесие Нэша.

Предположим, что аукционер делает публично известной информацию о величине *V*, тогда симметричного равновесия не существует.

Лемма 3. Если *V*=3, симметричное равновесие не существует.

Мы показали, что прямое обобщение теоремы 1 на остальные типы аукционов, вообще говоря, неверно. Возможное объяснение может быть следующим: в то время, как неэффективность, порождаемая многомерностью сигналов, сокращается при появлении дополнительной информации, возрастает неэффективность, обусловленная взаимозависимостью информации, которой обладают агенты.

5. Примеры, когда выявление дополнительной информации увеличивает эффективность аукциона.

В этой главе приведены примеры, когда публичное объявление некоторой дополнительной информации сокращает потери эффективности даже в случае не ограниченно-эффективного механизма. В основном в этих примерах мы будем рассматривать аукцион второй цены.

Пример 6. Постановка модели в этом примере полностью аналогична постановке, описанной в примере 1. Мы рассматриваем аукцион второй цены.

Лемма 4. Если аукционер публично сообщает значение величины $\Sigma = q_1 + q_2 - \alpha(c_1 + c_2)$, где $\alpha \in (-\infty, 1/3) \cup (1/2, \infty)$, тогда пара стратегий

$$b(q_i, c_i) = \frac{1-2\alpha}{1-\alpha}(q_i - c_i) + \frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2 + \alpha^2}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} - 1\right)(q_i - \alpha c_i) + \frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2 + \alpha^2}\Sigma$$ образуют

фокальное симметричное равновесие Нэша (доказательство отнесено в Аппендикс).

Из заключения леммы 4 легко получить утверждение, что победителем в этом аукционе будет агент, у которого величина статистики $\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}(q_i - c_i) + \frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2 + \alpha^2}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} - 1\right)(q_i - \alpha c_i)$ будет наибольшей. Когда α стремится к нулю, то эта статистика становится ближе к эффективной статистике c_i. С другой стороны если α стремится к бесконечности, то решающее правило становится таким же, как и без объявления дополнительной информации.

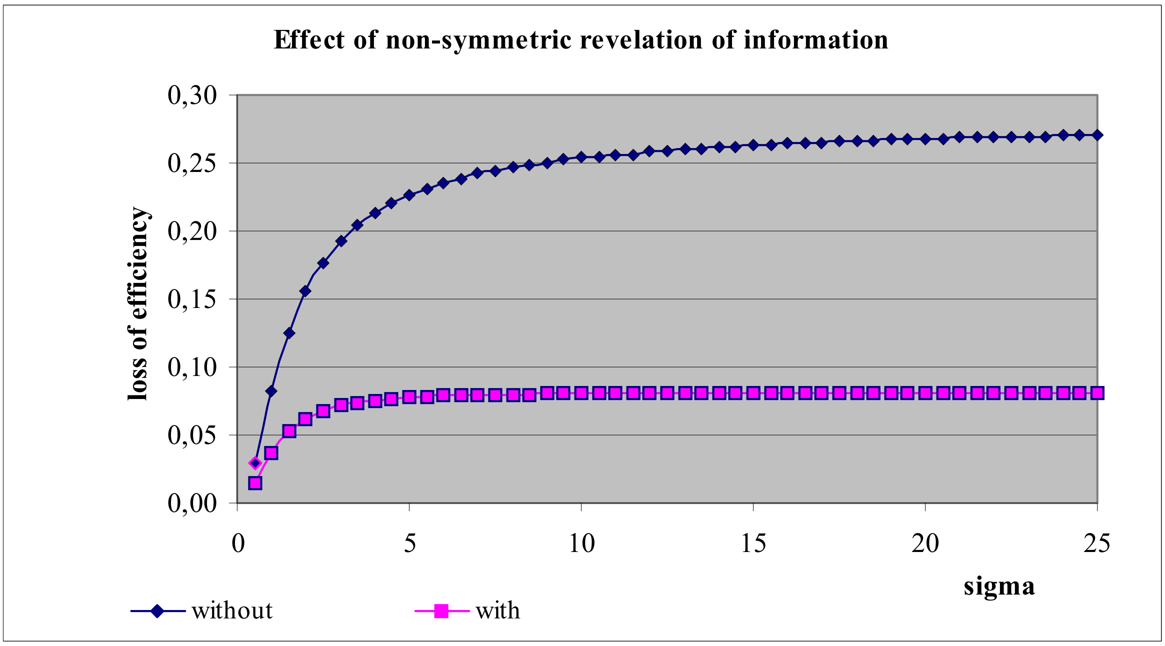
В этом примере аукционер стремится сообщить, а участники узнать из дополнительной информации величину общей компоненты $Q = q_1 + q_2$, которая характеризует количество нефти в обеих скважинах. Таким образом, мы можем рассматривать величину $\alpha(c_1 + c_2)$, входящую в Σ, как шум. Чем меньше величина α, тем точнее сообщаемая об общей компоненте информация, и тем более эффективен результат аукциона.

В предыдущем примере мы предполагали, что аукционер сообщает некую симметричную информацию. Нам необходимо было это допущение для создания симметричной ситуации. К сожалению, в несимметричном случае проблема рафинирования равновесий стоит особенно остро, т.е. мы обычно не можем найти равновесие, состоящее из недоминируемых или интуитивных стратегий.

Может создаться впечатление, что увеличение эффективности в предыдущем примере получилось только благодаря симметричности выявляемой информации. Возможно, что выявление несимметричной информации (например, сообщение ее только одному агенту) даст монополистическую силу одному из участников, что выльется в увеличение неэффективности. К счастью, это не всегда так, далее мы приведем пример, когда даже «абсолютная монополистическая власть» не уменьшает эффективности аукциона.

Пример 7. В постановке, описанной в примере 1, предположим, что фиксированные издержки компаний-конкурентов распределены стандартным нормальным образом, а величины q_1, q_2 имеют нормальное распределение со средним нуль и дисперсией σ^2. Пусть аукционист публично объявляет величину q_1, т.е. второй участник в точности знает свою персональную ценность объекта, в то время, как первый не получил никакой дополнительной информации. Легко доказать следующую лемму (доказательство приведено в Аппендиксе):

Лемма 5. Фокальное равновесие состоит из следующих двух стратегий, первая из которых слабо доминирующая и правдивая: $b_2 = q_1 + q_2 - c_2$; $b_1 = q_1 - (1+\sigma^2)c_1$.



На диаграмме 1. нарисованы потери эффективности до и после выявления информации, как функции от меры неопределенности σ. Мы можем видеть, что большая степень неопределенности порождает большие потери, однако, выявление дополнительной информации эти потери сокращает.

6. Заключительные замечания.

Аукционы в реальных ситуациях часто бывают неэффективными. Причины, порождающие потери эффективности, различны: финансовые ограничения, многомерность сигналов и информации, взаимозависимость ценностей. Невозможность без потерь суммировать многомерную информацию одномерной ставкой ведет к неэффективным исходам аукционов.

В случае, когда полная эффективность недостижима, формат аукциона играет значимую роль. В действительности, аукцион второй цены неэффективен не только из-за многомерности сигналов, но также из-за невозможности преодолеть взаимозависимость между ценностями различных участников. В многомерном случае наилучший из возможных механизмов - ограниченно-эффективный механизм (существование такого механизма доказано Дасгупта и Маскиным).

Единственной причиной неэффективности ограниченно-эффективного механизма является многомерность сигналов. Мы доказали, что выявление любой релевантной информации уменьшает потери эффективности для ограниченно-эффективного механизма.

Мы также показали, что прямые обобщения этого результата на другие типы аукционов неверны. Возможное объяснение следующее: в то время, как при выявлении дополнительной информации неэффективность, порожденная многомерностью сокращается, увеличивается неэффективность, обусловленная взаимозависимостью информации, которой обладают агенты.

Список литературы.

Dasgupta P., Maskin E. (2000) "Efficient Auctions", *Quarterly Journal of Economics,* Vol. CXV, 341-88.

Goeree, Jacob K. and Theo Offerman (1999) "Competitive Bidding in Auctions with Private and Common Values", working paper, University of Virginia.

Goeree, Jacob K. and Theo Offerman (2000) "Efficiency in Auctions with Private and Common Values: an Experimental Study", working paper.

Jackson M.(1999) "The Non-Existence of Equilibrium in Auctions with Two-Dimensional Types ", working paper, California Institute of Technology.

Jehiel Ph., B. Moldovanu (1999) "Efficient Design with Interdependent Valuations", working paper, Mannheim University.

Jehiel Ph., B. Moldovanu and E. Stacchetti (1999) "Multidimensional Mechanism Design for Auctions with Externalities", *Journal of Economic Theory,* 85(2), 258-294.

Klemperer, P. (1999) "Auction Theory: A Guide to the Literature", *Journal of Economic Surveys*, 13(3), 227-86

Maskin E. (2000) "Auctions, development, and privatization: Efficient auctions with liquidity-constrained buyers", *European Economic Review,* 44, 667-81

Maskin E. (2001) "Auctions and Efficiency", working paper, Princeton University.

Maskin E., Riley J. (2000) "Asymmetric Auctions", *Review of Economic Studies,* 67, 413-38

Milgrom P.(1981) "Rational Expectations, Information Acquisition, and Competitive Bidding", *Econometrica*, 49(4), 921-43

Milgrom P., Weber R.(1982) “A Theory of Auctions and Competitive Bidding”, *Econometrica, 50(5),* 1089-1121.

W. Pesendorfer, J.M. Swinkels (1999) “Efficiency and Information Aggregation in Auctions”, CMSEMS discussion paper # 1168

Vickrey, W. (1961) “Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders”, *Journal of Finance*, 16, 8-37

Аппендикс.

Теорема 1. Под ожидаемой полезностью A аукциона мы понимаем полезность (или прибыль), которую получает победитель от использования объекта.

$$A = \sum_i Ev_i(s_i, s_{-i}) I\left\{ w_i(\tau_i(s_i), \tau_{-i}(s_{-i})) = \max_j w_j(\tau_j(s_j), \tau_{-j}(s_{-j})) \right\}$$
$$= \sum_i Ew_i(t_i, t_{-i}) I\left\{ w_i(t_i, t_{-i}) = \max_j w_j(t_j, t_{-j}) \right\} = E \max_j w_j(t_j, t_{-j}) =$$
$$= E \max_j E(v_j(t_j, s_{-j}) \,|\, \tau_i(s_i) = t_i,\ i \neq j) = E \max_j E(\xi_j \,|\, \sigma).$$

где $\xi_j = v_j(t_j, s_{-j})$, а σ обозначает информационное множество, включающее все события типа $\{\tau_i(s_i) = t_i\}$.

Тогда ожидаемая эффективность B после выявления информации Σ будет

$$B = E \max_j \widetilde{w}_j(t_j, t_{-j}) = E \max_j E(v_i.(s_i, s_{-i}) \,|\, \tau_j(s_j) = t_j,\ j = 1,\dots,n, \Sigma) =$$
$$= E \max_j E(\xi_j \,|\, \sigma, \Sigma).$$

Используя математический факт, что математическое ожидание максимума случайных величин не меньше, чем максимум математических ожиданий этих величин, мы можем получить следующее неравенство:

$$A = E \max_j E(\xi_j \,|\, \sigma) = E \max_j E\big(E(\xi_j \,|\, \sigma, \widetilde{\sigma}) \big| \sigma\big) \leq EE\left(\max_j E(\xi_j \,|\, \sigma, \widetilde{\sigma}) \Big| \sigma \right) =$$
$$= E \max_j E(\xi_j \,|\, \sigma, \widetilde{\sigma}) = EB.$$

которое эквивалентно утверждению теоремы.

Пример 2. Если величина t_i имеет стандартное нормальное распределение, а q распределено нормально со средним μ и дисперсией σ^2, то

$$E(q \mid q+t_1=\Sigma)=\frac{\sigma^2}{\sigma^2+1}(\Sigma-\mu)+\mu .$$

Таким образом, первый выиграет в том и только том случае, когда выполняется неравенство $t_1+q>t_2+\frac{\sigma^2}{\sigma^2+1}(t_1+q-\mu)+\mu$, однако, аукцион эффективен, когда $t_1>t_2$.

Лемма 2. Очевидно, что полученную информацию Σ оба участника могут разделить на две части:

$$\Sigma_2=q_2-\alpha c_2,\ \Sigma_1=q_1-\alpha c_1,\ \Sigma=\Sigma_1+\Sigma_2$$

Предположим, что стратегия второго участника

$$b(q_2,c_2)=\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}(q_2-c_2)+\lambda_2, \qquad (1)$$

где λ_2 является функцией от известной обоим информации.

Таким образом, если мы знаем, что ставка второго участника равна *b*, то мы можем вычислить его индивидуальный сигнал:

$$\begin{cases}\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}(q_2-c_2)+\lambda_2=b\\ q_2-\alpha c_2=\Sigma_2\end{cases} \Rightarrow\ q_2=\frac{\Sigma_2}{1-\alpha}-\frac{\alpha}{1-2\alpha}b-\frac{\alpha}{1-2\alpha}\lambda_2.$$

Если ставка первого d , то его ожидаемая полезность условная на ставку партнера равна

$$E[U(d)\mid b]=\begin{cases}q_1-c_1+\frac{\Sigma_2}{1-\alpha}-\frac{\alpha}{1-2\alpha}b-\frac{\alpha}{1-2\alpha}\lambda_2-b & d>b\\ 0 & d<b\end{cases}.$$

Принимая во внимание тот факт, что $E[U(d)]=\int E[U(d)\mid b]\cdot I\{d>b\}f(b)db$, легко видеть, что наилучшим ответом первого при заданной стратегии второго будет $d=b$: $q_1-c_1+\frac{\Sigma_2}{1-\alpha}-\frac{\alpha}{1-2\alpha}b-\frac{\alpha}{1-2\alpha}\lambda_2-b=0$, или что то же самое

$$b(q_1,c_1)=\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}(q_1-c_1)+\frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2}\Sigma_2-\frac{\alpha}{1-\alpha}\lambda_2 .$$

Поскольку нас интересуют только симметричные равновесия, то мы задаемся условием:

$$\begin{aligned}\lambda_1&=\frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2}\Sigma_2-\frac{\alpha}{1-\alpha}\lambda_2;\\ \lambda_2&=\frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2}\Sigma_1-\frac{\alpha}{1-\alpha}\lambda_1.\end{aligned}$$
или что то же самое $\lambda_2=\frac{1-2\alpha}{(1-\alpha)^2+\alpha^2}(\frac{\alpha}{1-\alpha}\Sigma_2+\Sigma_1)$.

Подставляя последнее уравнение в (1), получаем равновесные стратегии.

Лемма 3. Найдем наилучший ответ первого на стратегию второго говорить правду. В случае победы первый участник платит ставку своего конкурента *b* и получает ожидаемую полезность:

$$E(q_1 + q_2 - c_1 \mid q_1 + q_2 - c_2 = b,\ q_1,\ c_1) = q_1 - c_1 + (b - q_1)\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}.$$

Очевидно, что первый участник хотел бы выигрывать аукцион только в случае, когда $b < q_1 - c_1 + (b - q_1)\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}$. Таким образом, его наилучшей ставкой b будет такая ставка, что $b = q_1 - c_1 + (b - q_1)\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}$ или $b_1 = q_1 - (1+\sigma^2)c_1$.