

Ð Î Ñ Ñ È É Ñ Ê À В Ў Ê Î Í Î Ì È × Å Ñ Ê À В Ø Ê Î È À
NEW ECONOMIC SCHOOL

Д.Г. Новиков

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СПРОСА НА РОССИЙСКИЕ
ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ЦЕННЫЕ БУМАГИ СО
СТОРОНЫ НЕРЕЗИДЕНТОВ**

Препринт #BSP/99/014 R

Данная статья является дипломной, работой выполненной в Российской экономической школе в рамках исследовательской программы "Преобразование государственного сектора в экономиках переходного периода", поддерживаемой Фондом Форда (грант № 950-1503) под руководством проф. Дж. Урга (Лондонская Школа Бизнеса), проф. Евсея Гурвича (ЦЭМИ) и Аркадия Дворковича (Экономическая экспертная группа при Министерстве финансов России).

Москва
1999

Новиков Д.Г. Моделирование спроса на российские государственные ценные бумаги со стороны нерезидентов / Препринт # BSP/99/014 R.- М.: Российская экономическая школа, 1998 – 33 с. (рус.).

В данной работе предпринята попытка изучить поведение нерезидентов на рынке российских государственных ценных бумаг. Главным объектом изучения являются инвестиционные риски. Формулируя и оценивая две модели, можно выделить следующие риски: политический, валютный и процентной ставки.

С помощью модели распределения активов можно получить политический и валютный риски. В результате вычислений было обнаружено, что позиция инвестора по отношению к экономической стабильности в России изменяется со временем. Однако, соотношение политического и валютного рисков остается постоянным. Валютный риск менее значим для инвестора чем политический.

Вторая модель посвящена непараметрическому оцениванию структуры процентной ставки (трехмесячные ГКО) и рыночной цены риска процентной ставки. Оценивание показало, что риск процентной ставки статистически отличен от нуля, когда уровень доходности изменяется от 60% до 70%. Этот риск, по-видимому, влияет на распределение портфеля нерезидентов, уменьшая долю государственных ценных бумаг в портфеле.

Препринт является дипломной работой автора, выполненной в РЭШ в 1998 г.

Novikov D. G. Modeling the Demand for Russian Government Securities from Non-residents / Working Paper # BSP/99/014 R. –Moscow, New Economic School, 1998 – 33 p. (Rus.).

In this research an attempt to look at the investor's behavior in the Russian securities market is made. Investment risks are the main subject of consideration in this paper. By constructing and estimating two models we may distinguish among political, foreign exchange and interest rate risks. Using the diversification portfolio model, political risk and foreign exchange risk are computed. It was found that the attitude of investors toward Russian economic stability varies with time and depends on many factors. However, the influence of political and foreign exchange rate risks on foreign behavior remains almost constant. The exchange rate plays a smaller role in the investor's decision than political risk. The second model estimates the nonparametric term structure of interest rates and the market prices of interest rate risk. Interest rate risk is not equal statistically to zero when the interest rate lies in the interval between 60% and 70%. This risk seems to affect the distribution of a foreign investors' portfolio, leading to a decline in the share of government securities hold in the portfolio.

The paper is the author's Master Thesis made in NES in 1998.

ISBN 5-8211-0045-3

© Новиков Д.Г

© Российская экономическая школа, 1999 г.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
ОБЗОР ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ	5
ФОНДОВЫЙ РЫНОК.....	5
РЫНОК ГОСУДАРСТВЕННЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ	7
ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	8
МЕТОДОЛОГИЯ	10
Модель для вычисления рисков: политического и валютного	10
<i>Инвестиционные риски</i>	13
<i>Описание данных и анализ результатов</i>	15
Вычисление риска изменения процентной ставки	17
<i>Оценивание диффузионной модели</i>	17
<i>Рыночная цена риска</i>	19
<i>Приближение рыночной цены риска</i>	20
<i>Ядерное (Kerrel) оценивание плотности</i>	22
<i>Описание данных и оценивание тренда, диффузии и рыночной цены риска</i>	24
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	28
ЛИТЕРАТУРА	300
ПРИЛОЖЕНИЕ	322

Введение

Последние события на российских финансовых рынках, а именно значительные колебания доходности бескупонных облигаций подняли вопрос об обеспечении политики заимствования государства. Одной из сторон этого вопроса для инвесторов, особенно нерезидентов, является формирование инвестиционного портфеля. Вопрос о том, куда вложить свои средства является одним из главным на российском рынке.

Так как доходность по ГКО сократилась с более чем 100% в 1994 г. до 5-7% осенью 1997 г., предыдущий спекулятивный подход к рынку постепенно превращается в задачу распределения своих активов. При этом важную роль начинают играть экономические показатели развития страны. К таким показателям можно отнести рост ВВП, тренд обменного курса, долг и его обслуживание. Среднесрочная перспектива также требует рассмотрения политических циклов и устойчивость бюджетной и денежной политик.

Со стороны государственного управления Министерство финансов разрабатывает систему обслуживания долга, которая позволит минимизировать краткосрочные и среднесрочные издержки. Эта система включает в себя вопросы: какие виды заимствований следует предпочитать: внешние или внутренние, какие бумаги стоит выпускать и пр. Для того чтобы ответить на эти и другие вопросы необходимо понимать предпочтения инвесторов.

Необходимость в дальнейшем заимствовании для российского правительства говорит о важности и своевременности данного исследования. Иностранные инвесторы играют важную роль в экономике России, хотя мало

внимания уделяется вопросу формированию портфелей нерезидентов. Понимание природы спроса на российские государственные ценные бумаги позволит правительству России улучшить политику заимствования и сократить издержки.

Обзор экономической ситуации

Согласно современным представлениям о инвестициях необходимо рассмотреть не только рынок ценных бумаг, но и проанализировать состояние фондового рынка.

Фондовый рынок

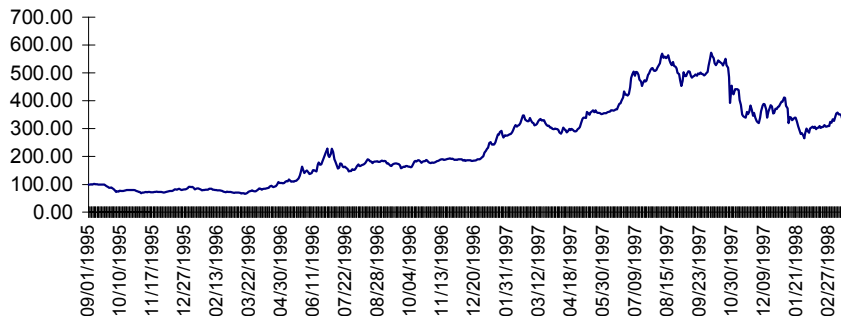


Рис. 1. Индекс РТС

*Источник: Экономическая Экспертная Группа при Министерстве
Финансов*

Рисунок 1 отражает поведение индекса РТС с января 1995 г. до марта 1998 г. Этот индекс представляет собой среднее взвешенное российских акций и, можно сказать, что он отражает основные политические и

экономические события в России и мире, такие как выборы президента РФ (апрель – июль 1996 г.) мировой финансовый кризис (ноябрь 1997 г. – май 1998 г.) и пр.

Согласно данным платежного баланса Российской Федерации прямые иностранные инвестиции выросли до 2.4 млн. долл. США в 1996 г. В первой половине 1997 года этот показатель увеличился и составил примерно 2.8 млн. долл. Общая сумма портфельных и прямых инвестиций в Россию составила в этот период 15.8 миллионов долларов или 7.4% ВВП. Возрастающее доверие к России возможно является ключевым фактором в увеличении инвестиций. При анализе нужно различать портфельные и прямые инвестиции. Прямые иностранные инвестиции обычно осуществляются под конкретный проект и поэтому имеют некоторые гарантии. Портфельные инвестиции носят скорее спекулятивный характер.

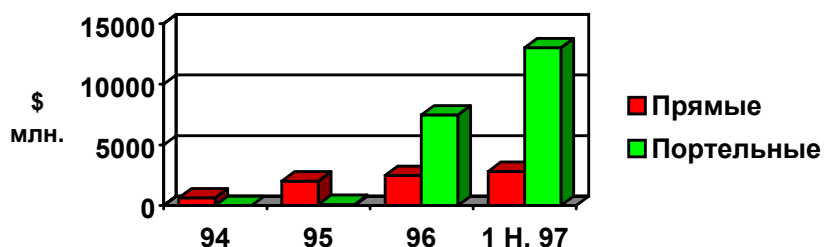


Рис. 2. Зарубежные инвестиции за рубежом.

Источник: Экономическая Экспертная Группа при Министерстве Финансов

О важности политического фактора в принятии решений по инвестициям говорят президентские выборы в России. После победы Б.Н. Ельцина объем инвестиций возрос. Теневой капитал составляет достаточную часть капитала и поэтому играет большую роль в российской экономике. Однако нет

возможности строго оценить его величину и принять во внимание при дальнейшем анализе.

Рынок государственных ценных бумаг

Рынок государственных ценных состоит в основном из ГКО, ОФЗ и бумаг, номинированных в иностранной валюте, таких как Еврооблигации, “тайга”, MinFin bonds.

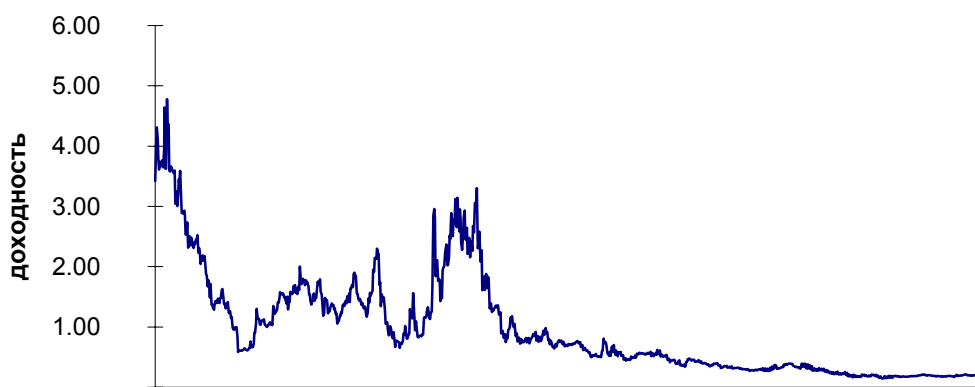


Рис. 3. Доходность трехмесячных ГКО (1995 г. – 3 кв. 1997 г.).

Источник: Экономическая Экспертная Группа при Министерстве Финансов

Рынок ГКО был создан в 1994 г., но доступ к нему имели только резиденты. Нерезиденты не имели легального доступа к этому рынку. Начиная с 1995 г., Министерство Финансов Российской Федерации предприняло ряд действий, направленных на открытие рынков для нерезидентов. Зарубежные инвесторы могли покупать ГКО, однако общий доход был ограничен в долларовом выражении. Постепенно эта доходность снижалась с 15% до 9%. Одновременно с этим увеличивались квоты на участие нерезидентов в аукционах.

Иностранные инвесторы рассматривают приобретение

российских государственных ценных бумаг все еще как довольно рискованное мероприятие. Вследствие азиатского кризиса по различным оценкам нерезиденты изъяли с российского рынка 3.5 – 4 млн. долл. США.

В период с первого квартала 1996 г. до первого квартала 1997 г. доля иностранных инвесторов на рынке ГКО/ОФЗ возросла с 16% до 30%. Увеличивающаяся доля иностранного капитала на российском рынке должна подтолкнуть местные сбережения к реальному сектору, но в то же время это увеличивает зависимость российской экономики от иностранного капитала.

Для интеграции России в мировую экономику Министерство финансов РФ выпустило Еврооблигации, номинированные в долларах с доходностью ниже 10%.

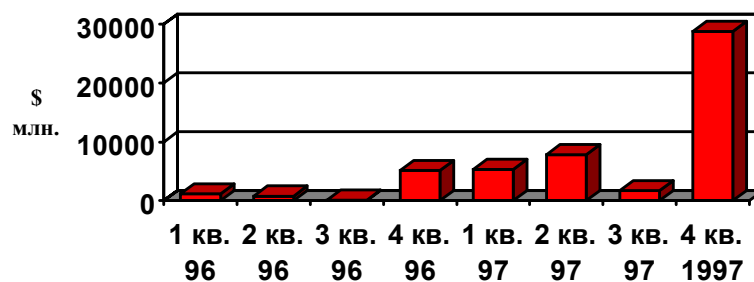


Рис. 4. Портфельные инвестиции в государственные ценные бумаги.

Источник: Экономическая Экспертная Группа при Министерстве Финансов

Обзор литературы

Существующую литературу по данному предмету можно разделить на два вида: исследования, проводимые аналитическими отделами кредитных организаций и статьи, опубликованные в научных журналах, таких как *The*

Journal of Finance, Journal of Money, Credit and Banking и т.д. Исследования кредитных организаций представляют собой в основном публикации инвестиционных банков по развивающимся финансовым рынкам. В качестве основных источников можно привести: JP Morgan's "Emerging Markets Data Watch", Goldman Sachs's "Emerging Markets Economic Research", Chase's "Emerging Markets Research", DMG's "Emerging Markets", and CSFB's "Emerging Europe". Один из наиболее интересных подходов был разработан аналитиками из инвестиционного банка Morgan Stanley. Они проанализировали проблему формирования инвестиционного портфеля, базируясь на основных экономических показателях.

Публикации в научных журналах в основном посвящены таким темам как прямые инвестиции, корреляция международных финансовых рынков, международные финансовые потоки, международное ценообразование активов и пр. Brennan and Cao в своей работе "International Portfolio Investment Flows" разработали модель международных портфельных инвестиционных потоков, которая построена на существовании асимметрии информации для инвесторов резидентов и нерезидентов. Было показано, что в случае наличия преимущества в получении информации резидентами по отношению к нерезидентам инвесторы стремятся покупать иностранные активы, когда доходность по этим активам высокая. Aizenman (1997) в своей работе рассмотрел проблемы сравнительно низкой международной диверсификации портфелей. Разработана методика диверсификации, которая основывается на максимизации ранговой ожидаемой полезности ("ranked-dependent" expected utility), которая приписывает большие веса плохим событиям, чем хорошим. Аналитики из Мирового Банка (The World Bank Economic Review, 1995) подготовили материал о функционировании

развивающихся рынков. Они рассмотрели вопросы о рыночных рисках, интеграции, доходности, потоках капитала и пр. Buitter, Lago, Rey в своей работе (1997) изучили вопрос о проблеме выбора портфеля инвестиционными банками и фондами, инвестирующими свои средства в страны с переходной экономикой.

В данной работе анализ будет базироваться на широко известных моделях диверсификации портфеля. Хороший обзор теоретических основ по формированию инвестиционного портфеля можно найти в таких книгах как, например, Brealy and Myers *“Principles of Corporate Finance”* и Bodie, Kane and Marcus *“Investment”*.

Методология

Инвестор, приобретающий различные финансовые активы, с одной стороны, желает максимизировать свою ожидаемую прибыль, с другой стороны он также добивается минимизации возможных рисков. Эти риски оказывают сильное влияние на решения инвестора об объемах инвестиций и типах приобретаемых ценных бумаг. Иностраный инвестор, в свою очередь, сталкивается с некоторыми специфическими рисками. Ниже представлены модели, которые позволяют оценить различные риски и изучить влияние этих рисков на поведение инвесторов.

Модель для вычисления рисков: политического и валютного

Этот раздел посвящен моделированию спроса на российские государственные ценные бумаги со стороны нерезидентов на основе теории распределения инвестиционного портфеля. Обычно предполагается в таких теориях, что инвесторы обладают “отвращением к риску”. При данном

предположении поведение инвестора характеризуется различными моментами распределения доходности. Функцию полезности инвестора можно представить в следующем виде:

$$U = E(r) - b_2 \sigma^2 + \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^{n+1} b_n M_n$$

где M_n - n -ый момент распределения и $b_n > 0$, для всех n . Первый момент (математическое ожидание) соответствует ожидаемой прибыли инвестора. Второй момент характеризует степень неопределенности портфеля. Все четные моменты соответствуют вероятностям больших значений. Большие значения таких моментов указывают на высокую степень неопределенности. Поэтому четные моменты входят в функцию полезности с отрицательным знаком. Нечетные моменты измеряют величину выигрыша инвестора, и большие значения таких моментов являются благоприятным сигналом. Здесь возникает вопрос о том, какие моменты должны входить в функцию полезности. Самуэльсон (Samuelson (1970)) доказал, что в большинстве случаев значимость всех моментов, больших чем два, существенно меньше, чем значимость математического ожидания и дисперсии. Таким образом, все моменты большие двух можно исключить из функции полезности, что не повлечет существенного изменения распределения портфеля.

Следуя теориям распределения рисков, предположим, что инвестор сталкивается перед выбором между рисковым и безрисковым активами. Одна из возможных моделей для анализа выбора инвестора между такого рода активами может быть описана следующим образом. Основываясь на вышеприведенных рассуждениях, предположим, что инвестор осуществляет свой выбор на основе функции полезности, включающей в себя ожидаемую

прибыль и риск портфеля:

$$U = E(r) - 0.005A\sigma^2,$$

где A – коэффициент отвращения к риску. (Множитель 0.005 позволяет использовать величины прибыли и риска портфеля в процентах, нежели в десятичном выражении) Инвестор, выбирающий между безрисковой бумагой с доходностью r_f и рисковым активом с ожидаемой доходностью $E(r_p)$ и среднеквадратичным отклонением σ_p , получит, что для любого выбора y (доля рисковых активов в общем портфеле) ожидаемая доходность портфеля составит:

$$E = r_f + y[E(r_p) - r_f].$$

Инвестор будет распределять в своем портфеле различные типы активов согласно следующей максимизационной задаче:

$$\max_y U = r_f + y[E(r_p) - r_f] - 0.005Ay^2\sigma_p^2.$$

Решением данной задачи является:

$$y^* = \frac{E(r_p) - r_f}{0.01A\sigma_p^2}. \quad (1)$$

Из решения видно, что доля оптимальных инвестиций в рисковые активы обратно пропорциональна коэффициенту отвращения к риску и к уровню риска (измеряемого величиной дисперсии) и прямо пропорциональна премии за риск. Предположив, что российские государственные ценные бумаги являются безрисковыми, можно применить данную модель для экономических исследований. Задача будет заключаться в вычислении коэффициента отвращения к риску при известной доле рисковых активов в

портфеле, для чего следующая формула может быть использована

$$A = \frac{E(r_p) - r_f}{0.01y^* \sigma_p^2}.$$

Инвестиционные риски

Процесс принятия решений о диверсификации рисков инвесторами может быть представлен в виде последовательности, состоящей из трех главных этапов. На первом этапе инвестор принимает решение о распределении своих финансовых средств между ценными бумагами, имеющими высокий инвестиционный рейтинг. В качестве примера таких бумаг можно привести американские государственные ценные бумаги (USA treasury bills, безрисковый актив) и бумаги, торгующиеся на американском фондовом рынке (рисковые активы). На втором этапе инвестор свои оставшиеся средства распределяет между бумагами, обладающими одинаковым, но уже более низким инвестиционным рейтингом (бумаги Российской Федерации и стран Латинской Америки). На последнем этапе инвестор принимает решение относительно распределения своих средств между российскими бумагами. На каждом этапе инвестор использует различные функции полезности; будем считать, что функции полезности различаются коэффициентами отвращения к риску. Нужно принимать во внимание, что инвесторы – нерезиденты сталкиваются со специфическими трудностями. Причиной для беспокойства могут послужить политические события, изменения в налоговой политике, институциональные ограничения на нерезидентов и обмен валюты, ухудшение делового климата страны. Отдельно стоит отметить влияние риска обмена валюты. Доходность средств инвестора зависит не только от доходности ценных бумаг в местной валюте,

но так же и от обменного курса. Сравнивая соответствующие результаты, можно выделить политическую и валютную составляющие рисков Российской Федерации.

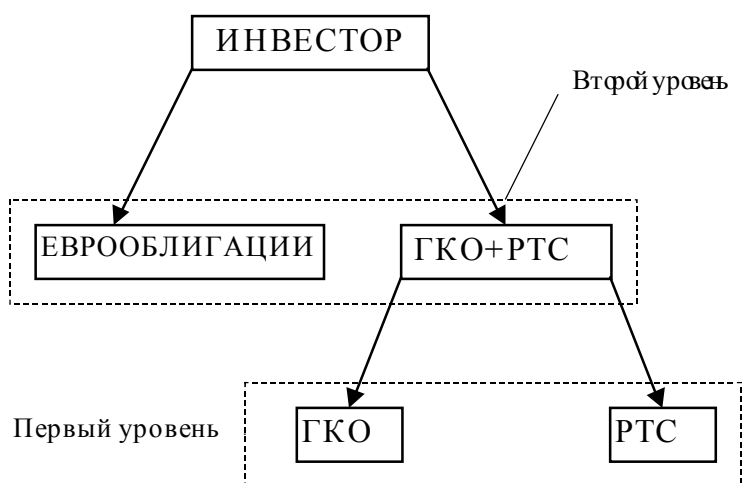


Рис. 5.

Для того чтобы оценить различные типы рисков, рассмотрим две различные ситуации по формированию диверсификационного портфеля. На первом уровне зарубежный инвестор выбирает между более и менее рискованными ценными бумагами, т.е. между бумагами фондового рынка и ГКО (рис. 5). В этом случае инвестор более всего обеспокоен политическим риском. На втором уровне у инвестора появляется возможность приобрести еще один вид ценных бумаг - Еврооблигации (под Еврооблигациями мы будем подразумевать все российские ценные бумаги, выпущенные в иностранной валюте). Таким образом, инвестор будет выбирать между тремя типами бумаг. Чтобы не менять структуру первоначальной модели, рассмотрим агрегированную ценную бумагу, состоящую из ГКО и акций и имеющую агрегированную доходность. При этом нерезидент как бы выбирает между двумя ценными бумагами. В данном случае инвестор

помимо политического риска должен заботиться и о валютном риске. Оценивая параметры на первом и втором уровне, мы сможем выделить различные типы рисков.

Описание данных и анализ результатов

Данные по доле рискованных активов в портфеле инвестора можно извлечь из платежного баланса Российской Федерации. Вся информация была предоставлена Экономической экспертной группой при Министерстве финансов РФ. Данные доступны с 1996 г., так как до этого момента нерезиденты не имели допуска на рынок ГКО. Эти данные включают в себя инвестиции в государственный и частный сектор. Государственный сектор представляет собой ГКО, ОФЗ и др. Инвестиции в частный сектор могут быть как портфельные, так и прямые.

Средняя доходность по ГКО, которые в рамках данной модели являются безрисковыми бумагами, была вычислена как среднее арифметическое бумаг с различным сроком погашения.

Индекс РТС характеризует поведение рискованных активов. Информация об индексе доступна через интернет (<http://www.rts.ru/>). Этот индекс был преобразован в логарифмическую форму доходности как рекомендуется в Campbell (1997). Необходимо отметить резкое снижение доходности фондового рынка в 3 квартале 1996 г. (доходность была отрицательной). По-видимому, это было связано с болезнью президента.

Предположим для простоты совершенное предсказание (perfect foresight). Все данные и результаты вычислений по формуле (1) приведены в Приложении: случай, когда инвестор выбирает между ценными бумагами номинированными в рублях. В Приложении 2 разбирается ситуации с

Еврооблигациями. Все вычисления в Приложении 2 приведены с момента выпуска облигаций - 4 квартала 1996 г.

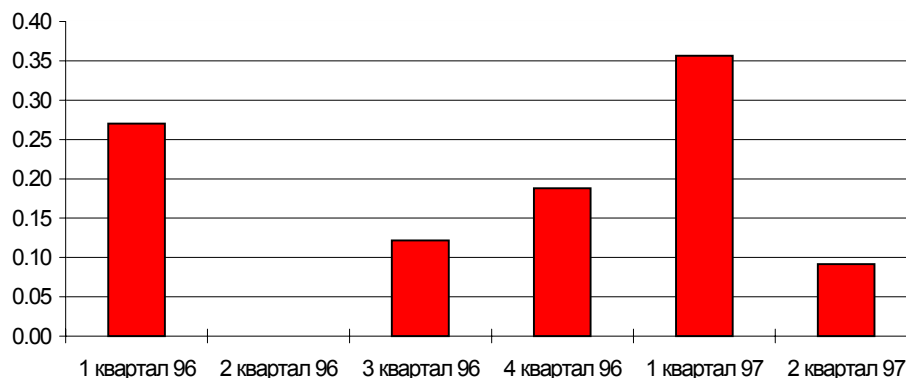


Рис. 6. Коэффициент отвращения к риску.

Коэффициент отвращения к риску показан на рис. 6. Он отражает политический риск и высокое значение этого коэффициента в 1-м квартале 1997 г., что было вызвано по-видимому высокой доходностью акций на фондовом рынке.

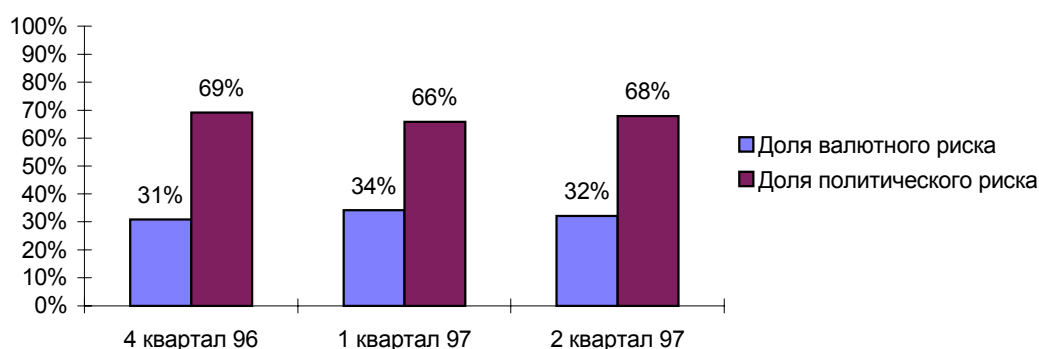


Рис. 7. Веса рисков.

Несмотря на значительные флуктуации коэффициента отвращения к риску доли политического и валютного рынков оставались более или менее стабильными (рис. 7). Как видим, нерезиденты больше озабочены валютным

риском, нежели политическим. Это может говорить об относительной политической стабильности в России.

Вычисление риска изменения процентной ставки

В этом разделе я буду следовать методике, примененной в работе Stanton (1997). Для того чтобы анализировать поведение инвестора с точки зрения риска нужно знать не только доходность активов, но и связанный с ними риск изменения процентной ставки (дополнительная доходность, необходимая для компенсации единицы риска). Для того чтобы вычислить риск изменения процентной ставки, требуется просчитать структуру доходности, что и будет сделано в следующем разделе.

Оценивание диффузионной модели

Структура доходности актива естественным образом представляется в виде диффузионного процесса определяемого следующим уравнением:

$$dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)dw_t, \quad (2)$$

где $\mu(\cdot)$ и $\sigma(\cdot)$ - дрейф и диффузия соответственно, w_t - стандартный винеровский процесс. Можно считать, что дрейф характеризует тренд в процентной ставке, а диффузия соответствует степени неопределенности. Примеры параметрических моделей можно обнаружить в различных статьях, например в Cox, Ingersoll, and Ross (1985). Авторы предлагают следующие функциональные формы для дрейфа и диффузии:

$$dr_t = (a_0 + a_1 r_t)dt + \sigma \sqrt{r_t} dw_t. \quad (3)$$

Однако возникает вопрос о выборе функциональной формы. Поэтому в дальнейшем будет применено непараметрическое оценивание. Будет

построена серия приближений, сходящихся к истинным функциям сноса и диффузии с определенной скоростью.

Предположим, что функции сноса и диффузии из уравнения (2) удовлетворяют условиям роста и Липшица, и f - произвольная дифференцируемая функция. Тогда условное математическое ожидание $E_t[f(r_{t+\Delta}, t + \Delta)]$ можно разложить в ряд Тейлора:

$$E_t[f(r_{t+\Delta}, t + \Delta)] = f(r_t, t) + \Pi f(r_t, t)\Delta + \frac{1}{2}\Pi^2 f(r_t, t)\Delta^2 + \dots + \frac{1}{n!}\Pi^n f(r_t, t)\Delta^n + O(\Delta^{n+1}), \quad (4)$$

где Π - инфинитезимальный оператор процесса X_t , определяемый как:

$$\begin{aligned} \Pi f(r, t) &= \lim_{\tau \downarrow t} \frac{E(f(r_\tau, \tau) / r_t = r) - f(r, t)}{\tau - t} \\ &= \frac{\partial f(r, t)}{\partial t} + \frac{\partial f(r, t)}{\partial r} \mu(r) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(r, t)}{\partial r^2} \sigma^2(r). \end{aligned}$$

Выражение (4) можно переписать в следующем виде:

$$\Pi f(r, t) = \frac{1}{\Delta} E_t[f(r_{t+\Delta}, t + \Delta) - f(r_t, t)] + O(\Delta). \quad (5)$$

(Мы игнорируем члены высокого порядка в правой части выражения)

Для того, чтобы получить приближение функции $g(r, t)$, надо найти такую функцию $f(r, t)$, которая бы удовлетворяла $\Pi f(r, t) = g(r, t)$.

Аппроксимация сноса: для построения аппроксимации сноса можно рассмотреть функцию $f(r, t) \equiv r$. Из определения Π получаем, что $\Pi f(r, t) = \mu(r)$. Подставляя этот результат в выражение (5), получаем приближение для сноса:

$$\mu(r_t) = \frac{1}{\Delta} E_t[r_{t+\Delta} - r_t] + O(\Delta). \quad (6)$$

Аналогично можно получить приближения более высоких порядков.

Аппроксимация диффузии: для построения последовательности приближений, сходящихся к диффузии, можно рассмотреть функцию $f(r, t) \equiv (r - r_t)^2$. Из определения инфинитезимального оператора получаем, что $\text{Pf}(r, t) = 2(r - r_t)\mu(r) + \sigma^2(r)$ и $\text{Pf}(r_t, t) = \sigma^2(r_t)$. Подставляя эти результаты в (5), приходим к:

$$\sigma^2(r_t) = \frac{1}{\Delta} E_t[(r_{t+\Delta} - r_t)^2] + O(\Delta). \quad (7)$$

Извлекая квадратный корень из выражения (7), получаем выражение для аппроксимации диффузии:

$$\sigma(r_t) = \sqrt{\frac{1}{\Delta} E_t[(r_{t+\Delta} - r_t)^2] + O(\Delta)}. \quad (8)$$

Для улучшения аппроксимации можно заменить $E_t[(r_{t+\Delta} - r_t)^2]$ на условную дисперсию $\text{var}_t(r_{t+\Delta})$:

$$\sigma(r_t) = \sqrt{\frac{1}{\Delta} \text{var}_t(r_{t+\Delta}) + O(\Delta)}.$$

Это не повлияет на порядок сходимости, и именно эта форма аппроксимации будет использована в дальнейшем.

Рыночная цена риска

Предположим, что цена актива может быть записана как $V(r, t)$. Тогда, согласно формуле Ито, получаем:

$$\frac{dV(r, t)}{V(r, t)} = m(r, t)dt + s(r, t)dw_t, \quad (9)$$

где

$$m(r, t)V = V_t + \mu(r)V_r + \frac{1}{2}\sigma^2(r)V_{rr}, \quad (10)$$

$$s(r, t)V = \sigma(r)V_r.$$

Это уравнение верно для любого актива. Премия за риск должна быть пропорциональна среднеквадратическому отклонению доходности. Если по активу выплачиваются дивиденды d , то можно написать:

$$m = r - \frac{d}{V} + \lambda(r, t)\frac{V_r}{V}, \quad (11)$$

где $\lambda(r, t)$ - плата за изменение процентной ставки. Подставляя уравнение (11) в уравнение (10) получаем уравнение в частных производных:

$$\frac{1}{2}\sigma^2(r)V_{rr} + [\mu(r) - \lambda(r)]V_r + V_t - rV + d = 0. \quad (12)$$

Приближение рыночной цены риска

Для построения аппроксимации рыночной цены риска будем использовать тот же метод, что и для сноса и диффузии. Пусть $V^{(1)}(r, t)$ и $V^{(2)}(r, t)$ - цены двух бумаг без дивидендов; рассмотрим следующую функцию:

$$f(r, s) = \frac{V^{(1)}(r, s)}{V^{(1)}(r_t, t)} - \frac{V^{(2)}(r, s)}{V^{(2)}(r_t, t)}. \quad (13)$$

Функция $f(r, s)$ представляет избыточную доходность актива 1 по сравнению

с активом 2. Согласно определению инфинитезимального оператора мы можем написать:

$$\begin{aligned} \text{П}f(r_t, t) = & \frac{1}{V^{(1)}(r_t, t)} [V_t^{(1)} + V_r^{(1)} \mu(r_t) + \frac{1}{2} V_{rr}^{(1)} \sigma^2(r_t)] \\ & - \frac{1}{V^{(2)}(r_t, t)} [V_t^{(2)} + V_r^{(2)} \mu(r_t) + \frac{1}{2} V_{rr}^{(2)} \sigma^2(r_t)]. \end{aligned} \quad (14)$$

Используя уравнение (12) для замены выражений в скобках мы получаем:

$$\text{П}f(r_t, t) = \lambda(r_t) \left[\frac{V_r^{(1)}}{V^{(1)}} - \frac{V_r^{(2)}}{V^{(2)}} \right]. \quad (15)$$

Можно переписать полученное выражение в следующем виде:

$$\text{П}f(r_t, t) = \frac{\lambda(r_t)}{\sigma(r_t)} [\sigma^{(1)}(r_t) - \sigma^{(2)}(r_t)], \quad (16)$$

где

$$\sigma^{(i)}(r_t) := \frac{V_r^{(i)} \sigma(r_t)}{V^i} \quad (17)$$

есть мгновенная волатильность актива i . Подставляя это выражение в (4), получаем:

$$\begin{aligned} \lambda(r_t) = & \frac{\sigma(r_t)}{\sigma^{(1)}(r_t) - \sigma^{(2)}(r_t)} \left[\frac{1}{\Delta} E_t (R_{t,t+\Delta}^{(1)} - R_{t,t+\Delta}^{(2)}) - \frac{1}{2} \Pi^2 f(r_t, t) \Delta \right. \\ & \left. - \frac{1}{6} \Pi^3 f(r_t, t) \Delta^2 - \dots \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где $R_{t,t+\Delta}^{(i)}$ - доходность актива i за промежуток времени между t и $t+\Delta$. Из этого мы можем получить аппроксимацию первого порядка для риска изменения процентной ставки

$$\lambda(r_t) = \frac{\sigma(r_t)}{\Delta(\sigma^{(1)}(r_t) - \sigma^{(2)}(r_t))} E_t(R_{t,t+\Delta}^{(1)} - R_{t,t+\Delta}^{(2)}) + O(\Delta). \quad (19)$$

Ядерное (Kernel) оценивание плотности

Чтобы использовать полученные аппроксимации необходимо оценить условное математическое ожидание. Для этого мы будем использовать процедуру ядерного оценивания. Ядерное оценивание – это непараметрический метод оценивания совместного распределения случайных величин. При заданной m -размерной выборке из распределения с неизвестной плотностью $f(z)$, ядерная оценка плотности есть,

$$\hat{f}(z) = \frac{1}{Th^m} \sum_{t=1}^T K\left(\frac{z - z_t}{h}\right) \quad (20)$$

где $K(\cdot)$ - ядерная функция и h – ширина окна или сглаживающий параметр. В данном случае мы будем использовать нормальную ядерную функцию.

Ширина окна выбирается на основе выборочной дисперсии:

$$\hat{h}_i = \hat{\sigma}_i T^{-1/(m+4)}. \quad (21)$$

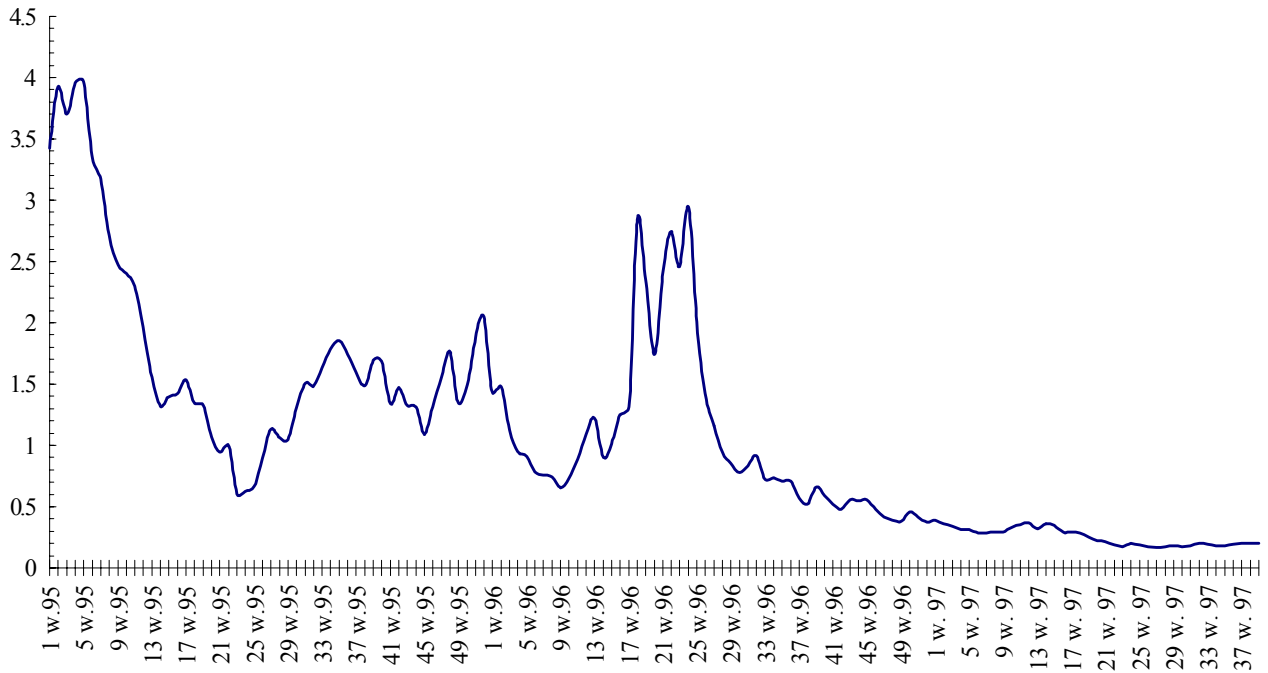


Рис. 8. Доходность трехмесячных ГКО, Январь 1995 - Сентябрь 1997.

(доходность за год)

После оценивания плотности из выражения (20) можно вычислить любой момент распределения. Условное математическое ожидание может быть оценено следующим образом

$$E[r_{\tau+\Delta} - r_{\tau} | r_{\tau} = r] \approx \frac{\sum_{t=1}^T (r_{t+\Delta} - r_t) K[(r - r_t)/h]}{\sum_{t=1}^T K[(r - r_t)/h]}, \quad (22)$$

где $K(z) = (2\pi)^{-1/2} e^{-(1/2)z^2}$. Аналогичные выражения могут быть получены и для условной дисперсии.

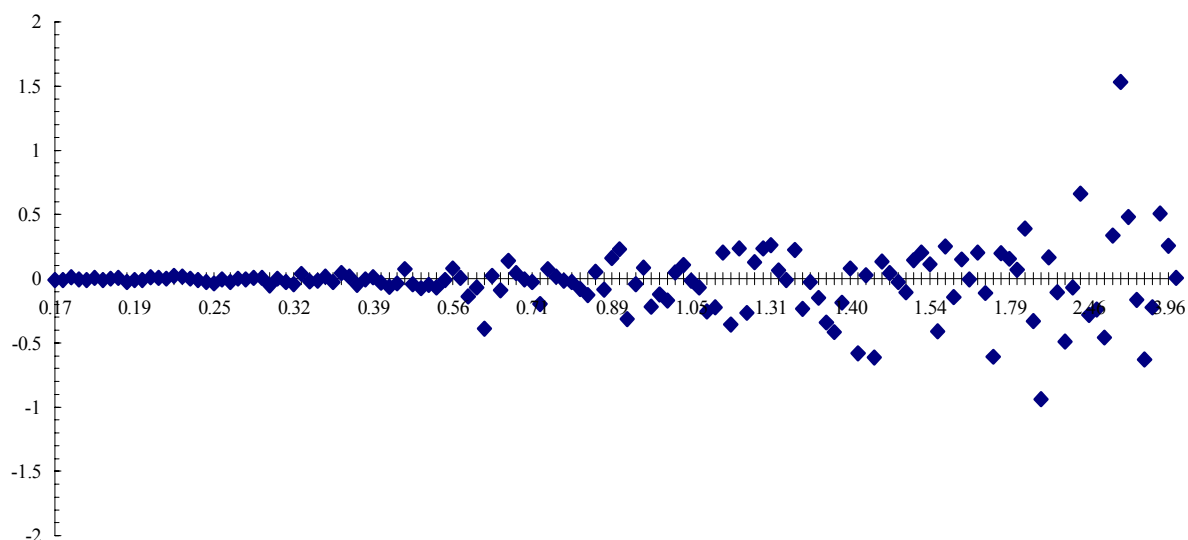


Рис.9. Ежедневное изменение доходности. Январь 1995 г.– сентябрь 1997 г. Ежедневные изменения в доходности трехмесячных ГКО в зависимости от доходности за предыдущий день.

Описание данных и оценивание тренда, диффузии и рыночной цены риска

Для анализа структуры процентной ставки были рассмотрены еженедельные данные по доходностям трех и шестимесячных ГКО на вторичном рынке ценных бумаг. За период с января 1995 г. по сентябрь 1997 г. Эти доходности были приведены к агрегированному (среднее арифметическое) уровню с ежегодной доходностью. Трехмесячные ГКО были использованы для вычисления структуры процентной ставки, а на основе трех и шестимесячных ГКО были произведены расчеты по риску изменения процентной ставки. Агрегированные еженедельные данные были любезно предоставлены мне Еленой Пальцевой.

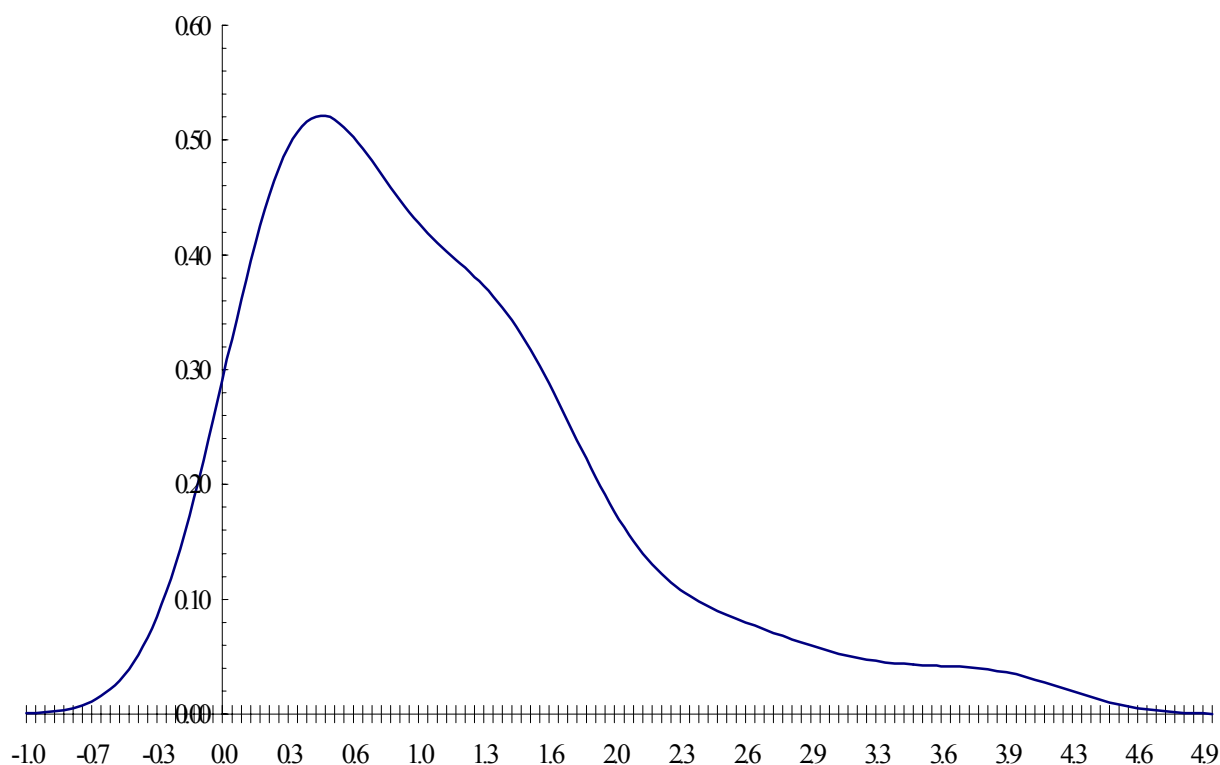


Рис. 10. Оценка плотности процентной ставки

Ежегодная доходность трехмесячных ГКО изображена на рис. 8.

На рис. 9 показаны ежедневные изменения доходности в зависимости от доходности предыдущего дня. Как видно из этого рисунка данные обнаруживают гетероскедастичность, возрастающую при увеличении процентной ставки. На рисунке 10 представлена оценка плотности процентной ставки.

Для оценки непараметрической структуры процентной ставки была написана программа на языке программирования для статистического пакета Gauss. Для сноса, диффузии и риска были просчитаны доверительные интервалы с 95% уровнем. Для вычисления доверительных интервалов был применен метод bootstrap с использованием 1,000 итераций. Результаты

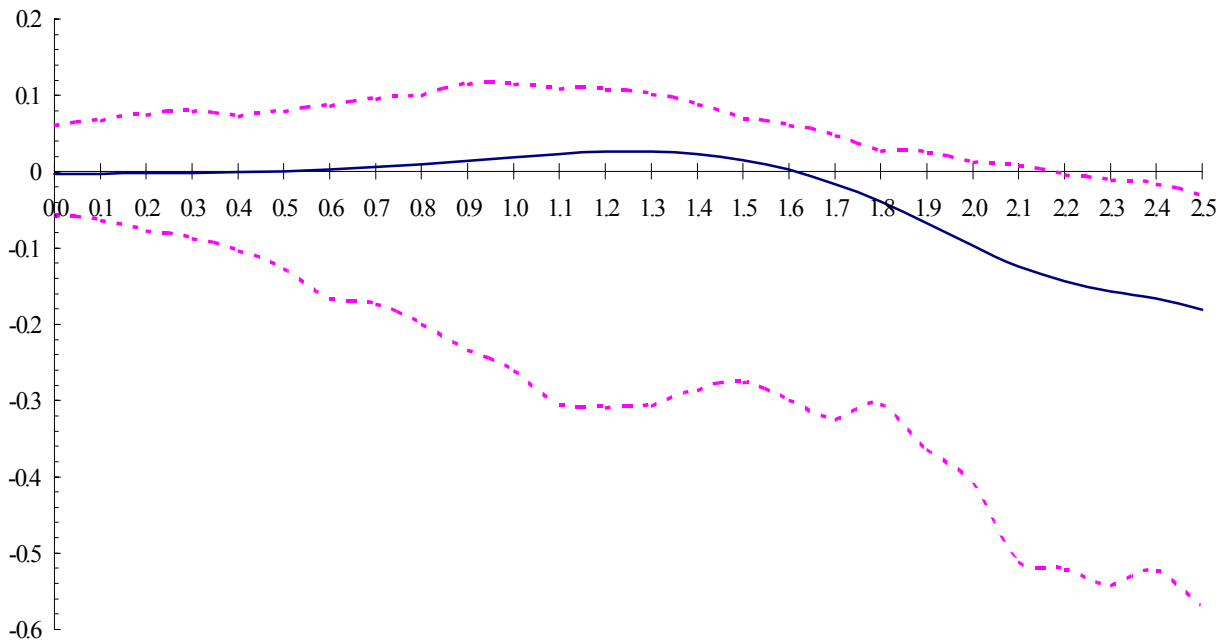


Рис. 11. Оценка сноса процентной ставки. Доверительные интервалы (95%, пунктирная линия) вычислены на основе алгоритма *bootstrap* с использованием 1,000 итераций

вычислений для сноса, диффузии и риска показаны на рис. 11, 12 и 13 соответственно. Изучая рис. 11 изображающего функцию сноса, можно заметить, что график статистически отличен от линейной функции.

Снос убывает с увеличением процентной ставки. Это свойство означает, что доходность ценных бумаг имеет сильную тенденцию к понижению при высоких ставка. Такое существенное понижение препятствует возрастанию процентных ставок к бесконечности.

На рис. 13, изображающем риск изменения процентной ставки, можно заметить статистически отличный от нуля всплеск, который имеет место при 60-70%. Можно предположить следующее объяснение этому явлению. Если посмотреть на рис. 8 (доходность ГКО), то легко увидеть, что при уровне 60-

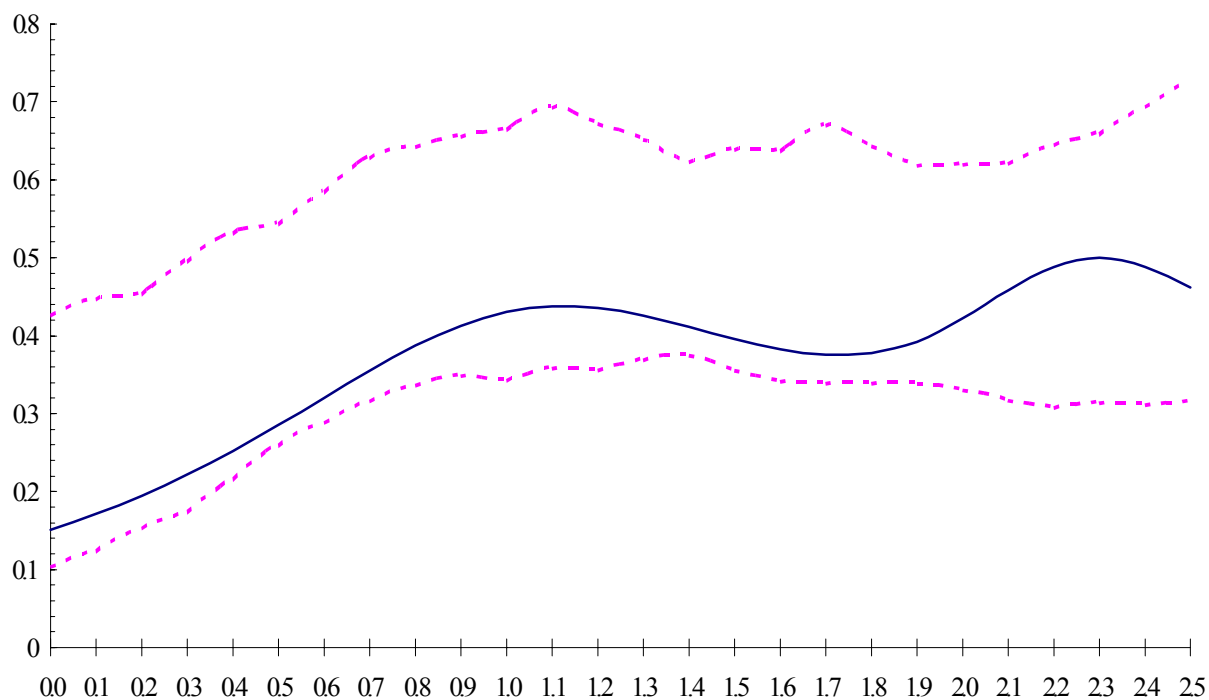


Рис. 12. Оценка диффузии процентной ставки. *Доверительные интервалы (95%, пунктирная линия) вычислены на основе алгоритма bootstrap с использованием 1,000 итераций.*

70% на графике имеется несколько изломов. Доходность, достигнув этого уровня, начинает резко снижаться при низкой волатильности. При этом уровне доходности нерезиденты уменьшают долю государственных ценных бумаг в своем портфеле

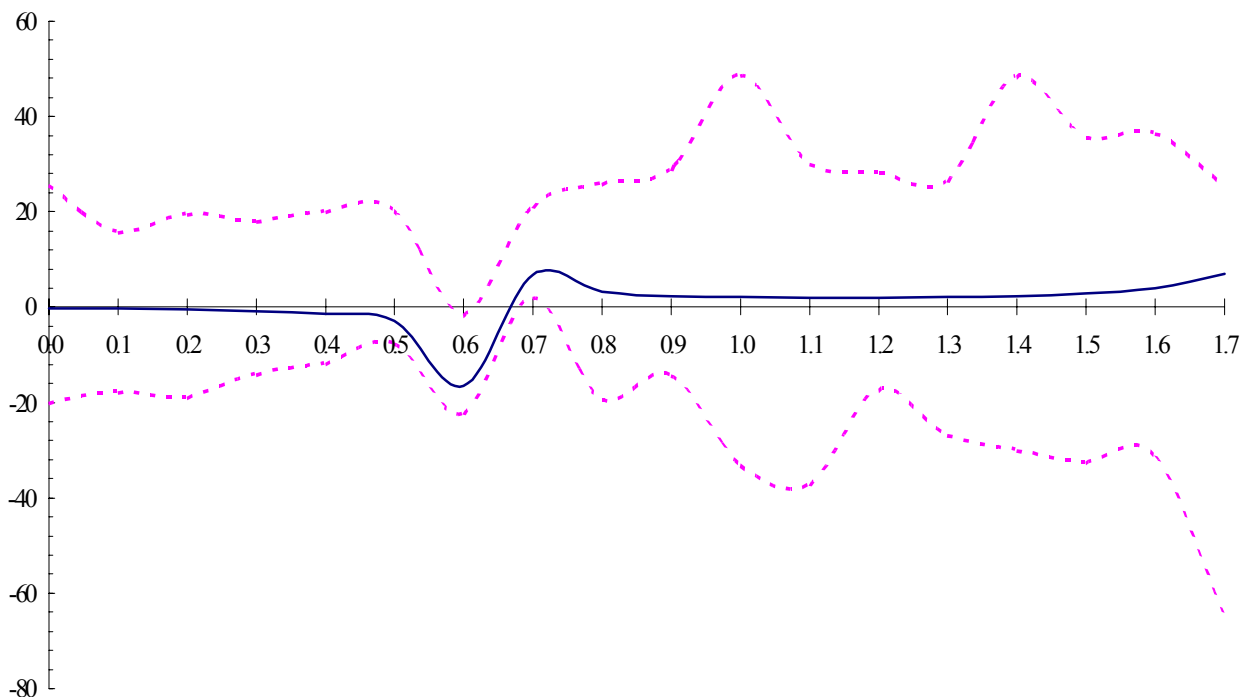


Рис. 13. Цена риска изменения процентной ставки. *Доверительные интервалы (95%, пунктирная линия) вычислены на основе алгоритма bootstrap с использованием 1,000 иммераций.*

Заключение

В данной работе были проведены исследования поведения нерезидентов на Российском рынке. Зарубежные инвесторы играют важную роль, так как их капитал существенно влияет на экономику России. Инвестиционные риски, с которыми сталкиваются нерезиденты, являются главным предметом исследования. Построив и оценив две модели, мы можем выделить политический, валютный риски и риск изменения процентной ставки. Анализируя модель диверсификации портфеля, можно получить политический риск, который включает в себя вероятность невыплат по ценным бумагам, изменения в налоговом законодательстве и другие

. изменения в инвестиционном климате, и валютный риск. Мы обнаружили, что иностранный капитал чувствителен к различным политическим событиям. Отношение к экономической стабильности в России меняется с течением времени и зависит от многих факторов. Однако, веса политического и валютного рисков, с которыми инвесторы оценивают экономическую ситуацию, остаются постоянными. Валютный риск играет меньшую роль, чем политический при принятии решений нерезидентами. Так же, высокая доходность может влиять на инвестиционный портфель, так как это может служить негативным сигналом для потенциальных инвесторов. Вторая модель служит для оценивания непараметрической структуры процентной ставки и риска изменения процентной ставки. Процентная ставка может быть описана двумя параметрами: сносом и диффузией. Непараметрический метод выбран потому, что снос обнаруживает существенную нелинейность. Риск изменения процентной ставки статистически отличен от нуля, когда доходность находится в интервале между 60% и 70%. Этот риск влияет на распределение ценных бумаг в инвестиционном портфеле: доля государственных ценных бумаг уменьшается.

Я признателен Аркадию Дворковичу и Дж. Урга за их помощь и руководство при написании данной работы. Однако все ошибки и недочеты мои собственные.

Литература

1. Bodie Z., A Kane, A Marcus, 1996, *Investment* IRWIN.
2. Breadyly, R., S. Myers, 1996, *Principles of Corporate Finance* The McGraw-Hill.
3. “Global Strategy and Asset Allocation (GSAA)” Credit Swiss First Boston, December 1997.
4. “Emerging Markets Research” Fixed Income Research, Morgan Stanley Dean Witter, October 1997.
5. “Financial Markets” Moscow, #11, 1997
6. “Emerging Markets Data Watch” JP Morgan, November 7, 1997.
7. “Emerging Markets Overview - Europe” Chase Securities Inc., November 14, 1997.
8. Campbell J., A. Lo, A. MacKinlay, 1997, *The Econometric of Financial Markets* Princeton University Press.
9. Samuelson, Paul A., 1970, “The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in Terms of Means, Variance, and Higher Moments” *Review of Economic Studies* 37.
10. Brennan, Michael J., Henry Cao, 1997, “International Portfolio Investment Flows” *The Journal of Finance* 52, No.5.
11. Aizenman, Joshua, 1997, “International Portfolio Diversification with Generalized Expected Utility Preferences” *National Bureau of Economic Research*, working paper #5965.
12. The World Bank Economic Review, Volume 9, No. 1, January 1995.
13. Stanton, Richard, 1997, “A Nonparametric Model of Term Structure Dynamics and the Market Price of Interest Rate Risk” *The Journal of Finance*, Volume 52, No. 5.

14. Cox, John E., Jonanatan E. Ingersoll, Jr., and Stephen A. Ross, 1985, “A theory of the term structure of interest rates”, *Econometrica* 53, 385-467.
15. Buiter, Willem H., Ricardo Lago, and Helene Rey, 1997, “A Portfolio Approach to A Cross-Sectoral and Cross-National Investment Strategy in Transition Economies”, *National Bureau of Economic Research*, working paper #5882

Приложение

Таблица 1.

	<i>1 квартал 96</i>	<i>2 квартал 96</i>	<i>3 квартал 96</i>	<i>4 квартал 96</i>	<i>1 квартал 97</i>	<i>2 квартал 97</i>	<i>3 квартал 97</i>
Средняя доходность индекса РТС (квартальная)		153%	-16%	21%	37%	40%	18%
Средняя доходность ГКО (квартальная)		23%	15%	10%	7%	6%	4%
Дисперсия индекса РТС		17.80	10.92	1.90	5.06	3.27	4.85
Доля рискованных активов в российском портфеле		0.27	0.48	0.32	0.29	0.32	0.35
Коэффициент отвращения к риску	0.27		0.12	0.19	0.36	0.09	

Таблица 2.

	<i>1 квартал</i> <i>96</i>	<i>2 квартал</i> <i>96</i>	<i>3 квартал</i> <i>96</i>	<i>4 квартал</i> <i>96</i>	<i>1 квартал</i> <i>97</i>	<i>2 квартал</i> <i>97</i>	<i>3 квартал</i> <i>97</i>
Средняя доходность портфеля GKO+RTS (квартальная)				13.47%	15.75%	16.82%	8.88%
Средняя доходность по Еврооблигациям (квартальная)				2.33%	2.32%	2.30%	2.07%
Дисперсия портфеля				0.19	0.43	0.33	0.60
Доля рискованных активов				0.89	0.85	0.80	0.83
Девальвация российской валюты				2%	4%	1%	1%
Коэффициент отращения к риску				0.25	0.48	0.12	

