РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРОГРАММА МАСТЕР ФИНАНСОВ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (18 мая 2024 г.)

Фамилия, имя, отчество	Код
	00000

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Известно, что n^2 — чётное число. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. n — нечётное число.
II. n — чётное число.
III. n^3 — нечётное число.

A только I
B только II
C только III
D только I и II
E только II и III

2. Известно, что $x + y > 1$. Тогда

A $x^2 + y^2 < 1/2$
B $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > 1/2$
C $\sqrt{xy} > 1/2$
D $\max\{x, y\} > 1/2$
E $\min\{x, y\} < 1/2$

3. Определим последовательность следующим образом: $a_{n+1} = \sqrt{a_n}/2$. Пусть $a_1 = 64$, тогда a_3 равно

A 1
B 2
C $\sqrt{32}/2$
D 4
E 16

4. Пусть $x \in (0, 1)$. Какое из следующих значений наибольшее?

A $\frac{1}{\sqrt{x}}$
B $\sqrt{x}$
C $\frac{x}{\pi}$
D x^3
E x^4

5. Известно, что $x > 0$, $y > 0$ и $x/y > e$. Тогда

A $\dfrac{e^x}{e^y} > e$

B $e^x - e^y > e$

C $\dfrac{\ln x}{\ln y} > 1$

D $\ln x - \ln y > 1$

E $\ln x + \ln y > 1$

6. Пусть $2 < x < 5$ и $3 < y < 5$. Тогда

A $-3 < x - y < 2$

B $-3 < x - y < 0$

C $0 < x - y < 2$

D $3 < x - y < 5$

E $2 < x - y < 5$

7. Пусть x — целое число и $y = -2x - 8$. Тогда наименьшее значение x, при котором $y < 9$, равно

A -9

B -8

C -7

D -6

E -5

8. Пусть $x > 0$ и $x = 1/|x|$. Тогда значение x равно

A -1

B 0

C 1

D 2

E 3

9. Известно, что среднее арифметическое чисел 10, 14 и n не меньше, чем 8 и не больше, чем 12. Тогда наименьшее возможное значение n равно

A -12

B -6

C 0

D 6

E 12

10. Пусть числа $a_1, a_2, \ldots$ образуют убывающую геометричекую прогрессию. Известно, что $a_1 = 4$, $a_1 + a_2 + a_3 = 7$. Тогда бесконечная сумма $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ равна

A 8

B 12

C 16

D числу, отличному от перечисленных в A, B, C

E сумму невозможно найти, исходя из условий задачи

11. Значение $(9^x)^3$ равно

A 3^{3x}

B 3^{2+3x}

C 3^{6x}

D $729x^3$

E 9^{x^3}

12. Пусть $a = 4b$. Сколько процентов от $2a$ составляет $2b$

A 10%

B 20%

C 25%

D 26%

E 40%

13. Значение выражения $\dfrac{72^{n+1}}{2^{n+3} \cdot 6^{2n+1}}$ равно

A 3/2

B 2/3

C 3

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

14. Числа u_n, $n = 1, 2, \ldots$, образуют арифметическую прогрессию. При любом n сумма S_n первых n членов этой последовательности выражается формулой $S_n = n^2 + n$. Тогда разность этой прогрессии (приращение между соседними членами) равна

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

15. Известно, что уравнение $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + 1 = 0$ имеет единственный корень. Тогда число a равно

A 1/4

B 3/4

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого числа не существует

16. Профессор экономики 30% своих свободных средств положил в Берсбанк, 30% — в Бета-банк, а 40% дал взаймы своему брату. Через год средства в Берсбанке выросли на 10%, в Бета-банке — на 5%, а брат полностью вернул профессору взятую взаймы сумму. За год свободные средства профессора выросли

A на 5%

B на 4.5%

C на 3%

D на 2%

E на число процентов, отличное от перечисленных в A, B, C, D

17. Решением уравнения $\frac{e^{x^2}}{e^{2x}} = \frac{e^{5x}}{e^{10}}$ является множество

A $\varnothing$

B $\{2\}$

C $\{5\}$

D $\{2, 5\}$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

18. Даны два числа. Первое относится ко второму как $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ и одно число больше другого на 10. Тогда эти числа равны

A 40 и 30

B 30 и 20

C 25 и 15

D 20 и 10

E паре чисел, отличной от перечисленных в A, B, C, D

19. Покупателю выдали сдачу 3600 рублей купюрами по 500 и по 100 рублей, после чего, используя только эти купюры, он смог без сдачи купить кофе на 300 рублей. Каково наименьшее возможное число сторублевых купюр было в выданной сдаче?

A 3

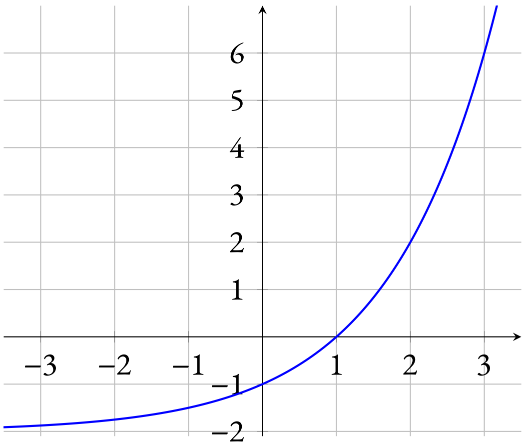
B 4

C 5

D 6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

20. На рисунке представлен график функции $f(x) = a^x + b$.



Тогда решение уравнения $f(x) = 30$ есть

A $x = 2$

B $x = 3$

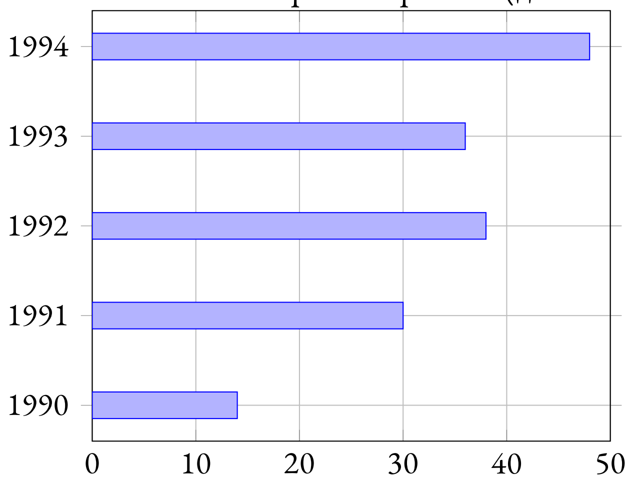
C $x = 4$

D $x = 5$

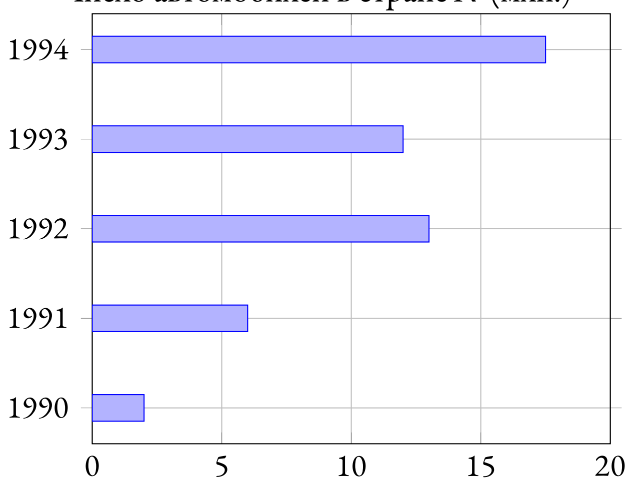
E число, отличное от перечисленных в A, B, C, D

Вопросы 21–25 относятся к следующим графикам.

Число автомобильных аварий в стране N (десятки тыс.)



Число автомобилей в стране N (млн.)



21. Приблизительно сколько миллионов автомобилей было в стране *N* в 1994 году?

A 1.0

B 4.7

C 9.0

D 15.5

E 17.5

22. Приблизительно на сколько изменилось число автомобилей в 1992 году по сравнению с 1991 годом?

A не изменилось

B увеличилось на 17%

C увеличилось на 67%

D увеличилось на 117%

E увеличилось на 217%

23. Приблизительно какой процент от числа автомобилей составило число автомобильных аварий в 1993 году?

A 1%

B 1.5%

C 3%

D 7%

E 10%

24. В каком году число автомобильных аварий станет больше 500 тысяч?

A 1994

B 1995

C 1998

D 2000

E невозможно определить из приведенных графиков

25. Известно, что ни один автомобиль в 1993 году не был более чем в четырех авариях. Приблизительно чему равно наименьшее возможное число автомобилей, попавших в аварию в 1993 году?

A 50 тыс.

B 60 тыс.

C 70 тыс.

D 90 тыс.

E 100 тыс.

26. Цена акции за год увеличивается на 10% с вероятностью $1/2$ и уменьшается на 10% с вероятностью $1/2$. Известно, что изменения цены акции за соседние годы независимы. Тогда вероятность того, что цена акции за два года уменьшится, равна

A 0

B $1/4$

C $1/2$

D $3/4$

E 1

27. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[-2, 4]$. Вероятность $P(X^2 < 4)$ равна

A $5/6$

B $2/3$

C $1/2$

D $1/3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

28. Плотность распределения случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{если } x \in [0, 1], \\ 0, & \text{если } x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

Тогда дисперсия случайной величины X равна

A $1/20$

B $1/18$

C $1/15$

D $1/10$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

29. Случайные величины X и Y подчиняются совместному нормальному распределению с матожиданиями $E(X) = 1$, $E(Y) = 0$, дисперсиями $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(Y) = 4$ и ковариацией $\mathrm{cov}(X, Y) = 1$. Тогда их сумма подчиняется

A нормальному распределению с матожиданием 1 и дисперсией 8

B нормальному распределению с матожиданием 1 и дисперсией 9

C нормальному распределению с матожиданием 1 и дисперсией 10

D нормальному распределению с матожиданием или дисперсией, отличными от перечисленных в A, B, C

E распределению, отличному от номального

30. Случайные величины X и Y одинаково распределены и такие, что $E(X) = E(Y) = 1$, $\mathrm{Var}(X + Y) = 4$, $\mathrm{Var}(X - Y) = 16$. Тогда

A $\mathrm{cov}(X, Y) = 3$

B $\mathrm{Var}(X) = 6$

C $\mathrm{Var}(Y) = 4$

D $E(XY) = -2$

E $E(X^2) = 5$

31. Дан конечный набор данных (положительные числа), в котором есть, по крайней мере, два разных числа. Новый набор данных получается прибавлением к каждому старому значению положительной константы. Какие характеристики набора данных (из I, II, III, IV) не изменятся?

I. Среднее значение.
II. Медиана.
III. Диапазон (разность между наибольшим и наименьшим числами).
IV. Стандартное отклонение.

A только I и III

B только III

C только III и IV

D только I и IV

E только IV

32. События A и B независимы. Случайные величины X_A и X_B определены следующим образом:

$$X_A = \begin{cases} 1, & \text{если наступило событие } A, \\ 0 & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases} \qquad X_B = \begin{cases} 1, & \text{если наступило событие } B, \\ 0 & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases}$$

и $X = X_A - X_B$. Найдите *ложное* утверждение.

A $E(X_A X_B) = P(A)\,P(B)$

B $E(X_A)\,E(X_B) = P(A)\,P(B)$

C $E(X) = P(A) - P(B)$

D $E(X^2) = P(A) + P(B) - 2\,P(A)\,P(B)$

E $E(|X|) = P(A) + P(B) - P(A)\,P(B)$

33. Вероятность того, что наугад выбранный киндер-сюрприз содержит динозаврика, равна 0.25. Среди всех киндер-сюрпризов с динозавриками доля киндер-сюрпризов в розовой обёртке в два раза больше, чем среди киндер-сюрпризов с другими игрушками. Чему равна вероятность, что киндер-сюрприз содержит динозаврика, если известно, что у него розовая обёртка (укажите ближайшее число)?

A 0.25

B 0.30

C 0.40

D 0.45

E 0.50

34. Известно, что коэффициент корреляции случайных величин X и Y равен 1, $\operatorname{corr}(X, Y) = 1$. Пусть $U = 2X + 1$, $W = 2 - Y$. Тогда

A $\operatorname{corr}(U, W) = 1$

B $\operatorname{corr}(U, W) = 0$

C $\operatorname{corr}(U, W) = 0.5$

D $\operatorname{corr}(U, W) = -1$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

35. 70 процентов студентов большого университета знают французский язык. Случайным образом выбирается 4 студента. Пусть X — число студентов в этой выборке, знающих французский язык. Среднее значение величины X равно

A	0.7
B	1.4
C	2.1
D	2.8
E	3.2

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 18 мая 2024 г. для программы МиФ

Код 00000

1. B	**2.** D	**3.** A	**4.** A	**5.** D
6. A	**7.** B	**8.** C	**9.** C	**10.** A
11. C	**12.** C	**13.** A	**14.** C	**15.** B
16. B	**17.** D	**18.** B	**19.** D	**20.** D
21. E	**22.** D	**23.** C	**24.** E	**25.** D
26. D	**27.** B	**28.** B	**29.** C	**30.** D
31. C	**32.** E	**33.** C	**34.** D	**35.** D