

**РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРОГРАММА МАСТЕР ФИНАНСОВ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (8 апреля 2023 г.)**

Фамилия, имя, отчество

Код

00000

Защитрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из А, В, С, D, Е), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Функция $f(x) = |x + 1| + |x - 2| - |x|$
 - А достигает наибольшего значения при $x = 0$
 - В достигает наименьшего значения при $x = -1$
 - С достигает наименьшего значения при $x = 2$
 - D не достигает наименьшего значения
 - Е все четыре утверждения А, В, С, D ложные
2. Среднее арифметическое чисел x_1, \dots, x_{10} равно $x_1 + 1$. Тогда
 - А если увеличить x_1 на 10, то среднее арифметическое чисел x_1, \dots, x_{10} станет равно новому значению x_1
 - В если уменьшить x_1 на 10, то среднее арифметическое чисел x_1, \dots, x_{10} станет равно новому значению x_1
 - С если увеличить x_2 на 10, то среднее арифметическое чисел x_1, \dots, x_{10} станет равно x_1
 - Д если уменьшить x_2 на 10, то среднее арифметическое чисел x_1, \dots, x_{10} станет равно x_1
 - Е все четыре утверждения А, В, С, D ложные
3. В группе студентов 80% ранее изучали математический анализ, остальные — нет. На экзамене по микроэкономике оценку «5» получили 45% всех студентов, в том числе, 50% изучавших математический анализ. Тогда среди не изучавших математический анализ оценку «5» получили
 - А 16.7%
 - В 25%
 - С 33.3%
 - Д 50%
 - Е все четыре утверждения А, В, С, D ложные
4. Первоначально товар стоил 1200 руб. Затем его уценили на 30%, а через неделю цену увеличили на $x\%$. В результате цена товара стала 1176 руб. Тогда число x равно
 - А 32
 - В 36
 - С 40
 - Д 44
 - Е числу, отличному от перечисленных в А, В, С, D

5. Наибольшее значение функции $f(x) = |x - 1| - x$ при $x \geq 0$ равно

A 2

B 1

C 0

D -1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D или не существует

6. Число $\frac{\sqrt[15]{5} \cdot 5 \cdot \sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$ равно

A $\sqrt[3]{5}$

B $\sqrt[3]{25}$

C 5

D $1/\sqrt[12]{5}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Пусть $f(x) = \log_2 x$. Тогда функция $f(8x) - f(x/2)$ равна

A $f(4x)$

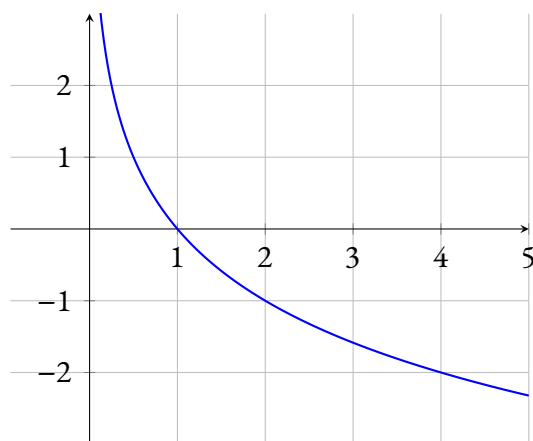
B $f(17x/2)$

C $f(16x)$

D 4

E функции, отличной от перечисленных в A, B, C, D

8. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a x$. Тогда число $f(16)$ равно



A -3

B -3.5

C -4

D -4.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. Наименьшее значение функции $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ на отрезке $[1, 5]$

- A меньше -8
- B равно -1
- C равно -6
- D равно -4
- E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

10. Решение уравнения $2^{8^x} = 8^{2^x}$ равно

- A $2 \log_4 3$
- B $\log_4 3$
- C $\frac{1}{2 \log_4 3}$
- D $\frac{\log_4 3}{6}$
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо не существует

11. Известно, что последовательность a_1, a_2, \dots – арифметическая прогрессия и $a_4 + a_{10} = 6$. Тогда сумма $a_1 + a_2 + \dots + a_{13}$ равна

- A 26
- B 30
- C 35
- D 39
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такой прогрессии не существует

12. Известно, что последовательность b_1, b_2, \dots – геометрическая прогрессия, $\frac{b_1 \cdot b_3 \cdot b_7}{b_2 \cdot b_6} = 2$ и

$\frac{b_5 \cdot b_8}{b_7} = 16$. Тогда сумма $b_4 + b_8$ равна

- A 72
- B 68
- C 60
- D 56
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такой прогрессии не существует

13. Решение уравнения $25^x - 15 = 2 \cdot 5^x$ равно

- A 1
- B 2
- C 3
- D 5
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

14. Дано уравнение

$$x^{\log_2(4x)} = 8.$$

Множество его корней есть

A $\{1/8\}$

B $\{2\}$

C $\{2, 8\}$

D $\{1/8, 2\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D, или корней уравнения не существует

15. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа в мг, t — время в минутах, прошедшее от начального момента, T — период полураспада изотопа в минутах. В начальный момент времени масса изотопа равна 76 мг. Известно, что через 48 минут его масса стала равна 19 мг. Тогда период полураспада равен

A 6

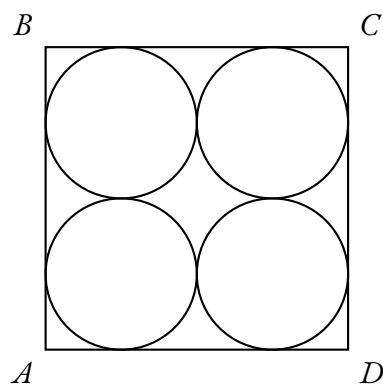
B 12

C 18

D 24

E 36

16. Площадь каждой окружности на рисунке ниже равна 2π . Тогда площадь квадрата $ABCD$ равна



A $\sqrt{2}$

B 4

C $\sqrt{2}\pi$

D $4\sqrt{2}$

E 32

17. Пусть $y = \log_2(8x^2)$. Тогда

A если x увеличивается в 4 раза, y увеличивается на 4

B если x уменьшается на 4, y уменьшается на 2

C если x уменьшается в два раза, y уменьшается в 8 раз

D если x уменьшается на 8, y уменьшается на 3

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. В коробке 40 красных и белых шаров. Известно, среди любых 17 шаров есть по крайней мере один красный шар, а среди любых 25 шаров есть по крайней мере один белый шар. Тогда число белых шаров в коробке равно

- A 16
- B 15
- C 14
- D числу, отличному от перечисленных в A, B, C
- E условие задачи не позволяет однозначно найти требуемое число

19. Известно, что $\log_b a = 2$. Тогда число $\log_{\sqrt{a}} ab$ равно

- A 3
- B 4
- C 5
- D 6
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

20. Наименьшее значение функции e^{-2x+1} на отрезке $[-1, 1]$ равно

- A $1/e^3$
- B $1/e$
- C e
- D e^3
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

Вопросы 21–25 относятся к следующему графику.

Данные по продажам книг издательства «Мир книг» в разных категориях, 1980–1989 (тыс. экземпляров)



- 21.** В течение скольких лет число проданных художественных книг было меньше числа проданных остальных книг?
- A 2
 - B 3
 - C 4
 - D 5
 - E 6
- 22.** Оцените, на сколько экземпляров прирост числа проданных художественных книг с 1985 по 1986 годы превзошел прирост числа проданных художественных книг с 1983 по 1984 годы.
- A 31 тыс.
 - B 40 тыс.
 - C 49 тыс.
 - D 51 тыс.
 - E 68 тыс.
- 23.** В каком из интервалов, приведенных ниже, число проданных художественных книг непрерывно увеличивалось?
- A 1980–1982
 - B 1982–1984
 - C 1984–1986
 - D 1986–1988
 - E 1987–1989
- 24.** Оцените среднегодовое число проданных художественных книг за период с 1984 по 1988 годы.
- A 15 тыс.
 - B 30 тыс.
 - C 40 тыс.
 - D 48 тыс.
 - E 60 тыс.
- 25.** Оцените, на сколько процентов число проданных нехудожественных книг в 1987 году больше, чем в 1984 году.
- A 45%
 - B 50%
 - C 67%
 - D 90%
 - E 110%

26. Научная конференция продолжается 4 дня. Всего запланировано 80 докладов — первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора Преображенского. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Тогда вероятность, что доклад профессора Преображенского окажется запланированным на последний день конференции, равна

- A 0.25
- B 0.3
- C 0.35
- D 0.4
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

27. Василий Чапаев попадает в муху на стене с вероятностью 0.9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Василий стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0.3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 5 пристрелянных. Василий видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Тогда вероятность того, что Василий промахнётся, равна

- A 0.6
- B 0.5
- C 0.4
- D 0.3
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

28. Глеб Жеглов попадает в муху на стене с вероятностью 0.9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Глеб стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0.3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 5 пристрелянных. Глеб видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер, стреляет в муху и промахивается. Тогда вероятность того, что Глеб стрелял из пристрелянного револьвера, равна

- A $3/20$
- B $4/30$
- C $5/40$
- D $6/50$
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

29. Числа X, Y случайно выбраны на отрезке $[0, 1]$. Вероятность того, что сумма этих чисел не превосходит $3/4$, равна

- A $9/32$
- B $3/8$
- C $7/16$
- D $9/20$
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

30. На стоянке стоят в ряд 9 машин. Две из них отъехали. Чему равна вероятность того, что два свободных места образовались рядом друг с другом?

- A $2/9$
- B $1/4$
- C $3/8$
- D $17/36$
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

31. Даны случайные величины X, Y . Известно, что $E(X) = 1, \text{Var}(X) = 4, E(Y) = 5, \text{Var}(Y) = 25, \text{Var}(X + Y) = 27$, где $E(X)$ — математическое ожидание, $\text{Var}(X)$ — дисперсия случайной величины X . Тогда коэффициент корреляции случайных величин X, Y равен

- A $2/5$
- B $-1/4$
- C $-1/10$
- D $3/10$
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

32. В коробке 10 шаров, пронумерованных числами от 1 до 10. Наугад извлекают три шара. Пусть X — сумма номеров извлеченных шаров, Y — сумма номеров шаров, оставшихся в коробке. Тогда коэффициент корреляции величин X и Y равен

- A $1/2$
- B $-1/2$
- C 1
- D -1
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

33. Даны две независимые случайные величины X и Y , имеющие одинаковые распределения со средним $m = 3$ и дисперсией $\sigma^2 = 1/5$. Тогда ковариация случайных величин $U = X + 2Y$ и $V = Y - 2X$ равна

- A $-1/3$
- B $-1/6$
- C 0
- D $1/3$
- E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

34. Плотность случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} a + bx & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Известно, что $P(X > 1/2) = 3/4$. Тогда параметры a и b равны

- A $a = 1, b = 1$
- B $a = 0, b = 2$
- C $a = 1/2, b = 1$
- D $a = 2, b = -2$
- E числам, отличным от перечисленных в A, B, C, D

35. Пусть $E(X) = 2$, $E(X^2) = 8$. Найдите *ложное* утверждение:

A $\text{Var}(X) = 4$

B $\text{Var}(2X - 1) = 16$

C $E(X(X + 1)) = 10$

D $E((X - 1)^2) = 5$

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

**Ответы на тестовые вопросы
олимпиады 8 апреля 2023 г.
для программы МиФ**

Код 00000

1. C 2. D 3. B 4. C 5. B
6. C 7. D 8. C 9. C 10. B
11. D 12. B 13. A 14. D 15. D
16. E 17. A 18. A 19. A 20. B
21. E 22. A 23. B 24. D 25. A
26. C 27. C 28. C 29. A 30. A
31. C 32. D 33. C 34. B 35. E