РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

NEW ECONOMIC SCHOOL

А.А.Васин, П.А.Васина

Влияние форвардного рынка на «рыночную власть» компаний

Препринт # WP/2008/085

Эта работа была написана при поддержке Фонда Форда, Всемирного банка и Фонда Джона и Кэтрин МакАртуров. Мы благодарны Н.М.Новиковой за полезные замечания.

Москва
2008

А.А.Васин, П.А.Васина. Влияние форвардного рынка на «рыночную власть» компаний. / Препринт # WP/2008/085 - М.: Российская Экономическая Школа, 2008. – 28 с. (Русс.)

Проблема повышения эффективности рынков однородных товаров (электроэнергии, газа и др. ресурсов) представляет значительный интерес. Один из возможных путей снижения «рыночной власти» компаний – это введение форвардного рынка. В работе Бушнелла, 2005, проведен теоретический анализ двухэтапного рынка и получена оценка приближения рынка к состоянию конкурентного равновесия за счет такой реконструкции. Однако, указанная работа основана на ограничительном предположении о равенстве цен на форвардном и спотовом рынках при любых стратегиях производителей. В настоящей работе рассматриваются различные варианты организации форвардного рынка и гипотезы относительно рациональности действий потребителя. Для каждого варианта мы строим игровую модель и выясняем, насколько равновесный по Нэшу исход отклоняется от конкурентного равновесия.

Ключевые слова: форвардный рынок, рыночная власть, аукцион Курно, модель Бертрана – Эджворта

Alexander Vasin, Polina Vasina. The impact of the forward market on producer’s market power. / Working Paper # WP/2008/085 – Moscow, New Economic School, 2008. – 28 p. (Rus.)

Increasing of efficiency for homogeneous good markets (in particular, electricity and gas markets) is an important problem. One way to reduce the market power of producers is to introduce the forward market besides the day ahead auction. Bushnell, 2005, studies a model of such two-stage market and estimates reduction of the deviation from the competitive equilibrium due to such reconstruction. However, this paper proceeds from the bounding assumption about equal prices at the forward and spot markets under any strategies of producers. The present paper considers different variants of the forward market organization and different assumptions on consumers’ rationality. For each variant we estimate the deviation of the Nash equilibrium outcome from the competitive equilibrium.

Key words: forward market, market power, Cournot auction, Bertrand-Edgeworth model

ISBN

1. Введение. Проблема использования рыночной силы крупными компаниями и связанного с этим отклонения рынка от состояния конкурентного равновесия имеет важное теоретическое и практическое значение. Согласно известным результатам экономической теории, см. [1], состояние конкурентного равновесия является оптимальным с точки зрения общего благосостояния экономических агентов (производителей и потребителей). Использование «рыночной власти»(market power) приводит обычно к снижению общего объема выпуска, повышению рыночной цены, сокращению общего благосостояния и его перераспределению в пользу производителей в ущерб потребителям. Дополнительное внимание к указанной проблеме связано с развитием в России (а также ряде других стран) конкурентного рынка электроэнергии. Особенности производства электроэнергии не позволяют осуществлять стандартные меры антимонопольного регулирования, направленные на ограничение рыночной силы, то есть формировать рынок из мелких компаний. Дробление рынка производства электроэнергии на мелкие компании нежелательно как с точки зрения издержек производства, так и с точки зрения надежности поставок электроэнергии. Альтернативным способом снижения рыночной власти является развитие форвардного рынка. Основной (спотовый) рынок электроэнергии функционирует в виде аукциона на сутки вперед, который проходит обычно по правилам аукциона единой цены. Форвардные контракты заключаются обычно в виде двусторонних договоров между отдельными производителями и потребителями. Вследствие заключения форвардного контракта производитель берет на себя обязательства поставить весь договорной объем, а потребитель заплатить за него по договорной цене. Существуют определенные эмпирические свидетельства и теоретические модели, показывающие, что наличие рынка форвардных контрактов существенно снижает рыночную власть отдельных компаний.

Одной из первых работ по изучению рынка форвардных контрактов была работа [2], в которой исследовался случай дуополии Курно при возможности заключения форвардных контрактов. Было доказано, что в этом случае имеет место более жесткая конкуренция и общественное благосостояние увеличивается по сравнению с рынком в отсутствие форвардных контрактов. В работе [3] было показано, что для увеличения общественного благосостояния форвардные сделки должны быть общеизвестными. В работе [4] авторы показали, что при конкуренции по Бертрану-Эджворту на спотовом рынке возможность заключать форвардные контракты может уменьшить конкуренцию. Они установили, что если производитель имеет возможность через третьих лиц приобрести форвард на собственное производство, то он будет его приобретать с целью установления более высоких цен на спотовом рынке. В результате конкуренции по Бертрану на спотовом рынке другие производители тоже увеличивают свои цены, благодаря чему увеличивается прибыль первого производителя. Таким образом, в равновесии все производители покупают форварды на собственное производство, что приводит к увеличению цен на спотовом рынке и снижению общественного благосостояния по сравнению со случаем отсутствия форвардных контрактов.

Работа [5] основана на работе [2], но вместо дуополии рассмотрена симметричная олигополия, а вместо постоянных предельных издержек – возрастающие. Показано, что рынок, на котором существуют контракты по фиксированным ценам, а форвардные позиции являются общеизвестными, может в значительной степени снизить влияние отдельной фирмы. Эффект форвардных контрактов зависит от издержек. Для случая постоянных предельных издержек эффект (измеряемый индексом Лернера) от введения форвардных контрактов эквивалентен увеличению числа фирм на спотовом рынке с n до n^2. При возрастающей функции издержек относительный эффект от форвардных контрактов будет уменьшаться по мере роста наклона функции предельных издержек.

Отмеченные результаты основаны на некоторых ограничительных предположениях, не соответствующих реальности. Одно из них – равенство цен на спотовом и форвардном рынках при любых стратегиях фирм – производителей. Обычно это условие объясняют наличием агентов –арбитражеров, которые покупают товар на одном рынке и продают на другом. На практике это зачастую невозможно. Поэтому неизбежно возникают отклонения форвардных цен от спотовых. Другое существенное условие – это приоритет покупателей с высокой резервной ценой при продаже товара на форвардном рынке. Лишь этим приоритетом можно объяснить вид функции остаточного спроса, используемой в работе [5]. Непонятно, однако, почему такое упорядочение потребителей имеет место без специального регулирования.

В рассматриваемых далее моделях мы исследуем различные гипотезы относительно рациональности поведения потребителей и правил их доступа на рынок. Спотовый рынок всякий раз моделируется как аукцион Курно, на котором удовлетворяется остаточный спрос. Выбран это вариант, поскольку, как показано в работе [6], устойчивые исходы используемого на практике аукциона единой цены соответствуют равновесию аукциона Курно.

Что касается форвардного рынка, то рассмотрим следующие варианты его организации.

1) Форвардный рынок организован так же, как и спотовый, то есть проходит как аукцион Курно. При этом рассматриваются такие предположения относительно поведения потребителей.

а) Потребители не играют активной роли в аукционах: всякий раз они подают заявки, соответствующие их резервным ценам. Таким образом, на спотовом рынке удовлетворяется остаточный спрос потребителей, резервные цены которых оказались ниже цены форвардного рынка.

б) Активность потребителей или посредников обеспечивает равенство цен на форвардном и спотовом рынках при любых стратегиях производителей.

2) Форвардный рынок работает согласно модели Бертрана – Эджворта, стратегия каждой фирмы – предлагаемые объём и цена, потребители раскупают товар в порядке возрастания цены. Рассматриваются два аналогичных варианта поведения потребителей. Кроме того, обсуждаются разные правила рационирования, то есть доступа на рынок: упорядочение потребителей по убыванию резервных цен, пропорциональное правило и др.

Наша цель – построить и исследовать модель такого двухшагового рынка. В качестве модели поведения мы рассматриваем понятие совершенного подыгрового равновесия (СПР), полагая, что на каждом шаге любой производитель действует так, чтобы максимизировать свою прибыль. Это обычная концепция, рассматриваемая в игровых моделях (см. [1]). В разделе 3 для каждого варианта организации рынка мы исследуем вопросы существования и единственности, вычисляем параметры равновесия и выясняем, насколько введение форвардного рынка повышает конкуренцию. Для этого мы сопоставляем исход СПР с конкурентным равновесием и с равновесием Нэша для аукциона Курно без форвардных контрактов. В разделе 2 приводятся необходимые сведения относительно однократных аукционов Курно, единой цены, Бертрана-Эджворта и с оплатой по заявкам.

2. Формальное описание отрасли и результаты для одноэтапных аукционов.

Рассмотрим рынок однородного товара с конечным множеством производителей A. Каждый производитель a характеризуется функцией затрат $C^a(v)$ с неубывающими предельными издержками в зависимости от объёма выпуска $v \in [0, V^a]$, где V^a - производственная мощность. Точный вид $C^a(v)$ - частная информация a.

Распределение потребителей по резервным ценам характеризуется функцией спроса $D(p)$, которая убывает по p и известна всем агентам.

Приведём некоторые результаты относительно равновесий Нэша для одноэтапных аукционов различных типов.

2.1. Аукцион Курно. Рассмотрим модель конкуренции по Курно для данного рынка. Тогда стратегией производителя a является его объем производства $v^a \in [0, V^a]$. Производители устанавливают свои объемы одновременно. Обозначим через $\vec{v} = (v^a, a \in A)$ набор стратегий. Рыночная цена $p(\vec{v})$ уравнивает спрос и существующее предложение: $p(\vec{v}) = D^{-1}(\sum\limits_{a \in A} v^a)$. Функция выигрыша производителя a определяет его прибыль $f^a(\vec{v}) = v^a p(\vec{v}) - C^a(v^a)$. Таким образом, взаимодействие в модели Курно соответствует игре в нормальной форме. Обозначим $S^a(p) = Arg \max\limits_{v \in [0, V^a]} (pv - C^a(v))$ функцию предложения фирмы a, $S(p) = \sum\limits_a S^a(p)$, $S^+(p) = \max\{S(p)\}$, $\tilde{p}$ - цену конкурентного равновесия, для которой $S(\tilde{p}) \ni D(\tilde{p})$.

Обозначим через $(v^a*, a \in A)$ равновесные по Нэшу объемы выпуска в модели Курно, а $p^* = D^{-1}(\sum\limits_{a \in A} v^a*)$ соответствующую цену.

Согласно [6] условием первого порядка для равновесия по Нэшу является

$v^{a*} \in (p^* - C^{a'}(v^{a*})) \,|\, D'(p^*) \,|$, если $C^{a}{}'(0) < p^*$, (1)

$v^{a*} = 0$ при $C^{a'}(0) \geq p^*$, (2)

где $C^{a'}(v) = [C_-^{a'}(v), C_+^{a'}(v)]$ в точках разрыва функции предельных издержек.

Определим функцию предложения Курно $S_C^a(p)$ производителя a при $p > 0$ как решение этой системы. Эта функция определяет оптимальный объем выпуска производителя a, если p – равновесная по Курно цена C^a. В частности, в случае постоянных предельных затрат c^a. и линейной функции спроса $D(p) = \max(0, \overline{D} - dp)$ выполнено $S_C^a(p) = (p - c^a)d$. Цена Курно p^* определяется из уравнения $\sum_a S_C^a(p^*) = D(p^*)$.

Оценим отклонение равновесия Нэша $(v^{a^*}, a \in A, p^*)$ от равновесия Вальраса, исходя из эластичности спроса и максимальной доли одной фирмы в общем объеме производства в равновесии Вальраса.

Утверждение 1. ([7], с.14, Утверждение 2.2.). *Пусть эластичность* $e(p) \geq \widetilde{e}$ *для любого* $p \geq \widetilde{p}$, $\max_a S^{a+}(\widetilde{p}) / S^+(\widetilde{p}) \leq 1/m$ *и* $\widetilde{e}m > 1$. *Тогда* $\widetilde{p}/p^* \geq 1 - 1/(\widetilde{e}m)$, $\sum_a v^{a*} / D(\widetilde{p}) \geq (1 - 1/(\widetilde{e}m))^{\widetilde{e}}$.

Это условие выполняется как равенство в случае симметричной олигополии с фиксированными предельными издержками $c = \widetilde{p}$ и неограниченными объёмами производства.

Пример. При переходе к рынку монополия поделена на n компаний с одинаковыми предельными издержками $c^a = c$. Насколько большим должно быть n, чтобы предотвратить повышение рыночной цены более чем на 50% от издержек? Согласно утверждению 1, $n = 3/\widetilde{e}$; при $\widetilde{e} = 0.1$ получаем $n = 30$.

2.2. Аукцион функций предложения с единой ценой. Рассмотрим следующий закрытый аукцион: каждый производитель $a \in A$ посылает аукционеру свою заявку – функцию фактического предложения $R^a(p)$, определяющую количество товара, которое производитель готов продать по цене $p, p \ge 0$.Согласно правилам, действующим на реальных рынках, мы предполагаем, что $R^a(p)$ – неубывающая ступенчатая функция с ограниченным числом ступеней. Набор таких функций определяет общее фактическое предложение $R(p) = \sum_a R^a(p)$ и цену отсечения $\tilde{c}(R^a, a \in A)$, которая удовлетворяет условию $D(\tilde{c}) \in R(\tilde{c})$. Исходя из свойств функции спроса, цена отсечения определяется единственным образом для ненулевого предложения. (Ниже мы иногда опускаем зависимость $\tilde{c}$ от вектора стратегий.)

Чтобы определить функции выигрыша, следует рассмотреть два случая. Пусть $R^+(p) \overset{def}{=} \sup R(p)$, $R^-(p) \overset{def}{=} \inf R(p)$. Если $R^{a+}(\tilde{c}) = D(\tilde{c})$, то каждый производитель продает заявленный объем $R^{a+}(\tilde{c})$ по цене отсечения. Иначе сначала каждый производитель продает $R^{a-}(\tilde{c})$, а затем остаточный спрос $D(\tilde{c}) - R^-(\tilde{c})$ распределяется среди производителей с $R^{a+}(\tilde{c}) > R^{a-}(\tilde{c})$ согласно некоторому правилу рационирования.

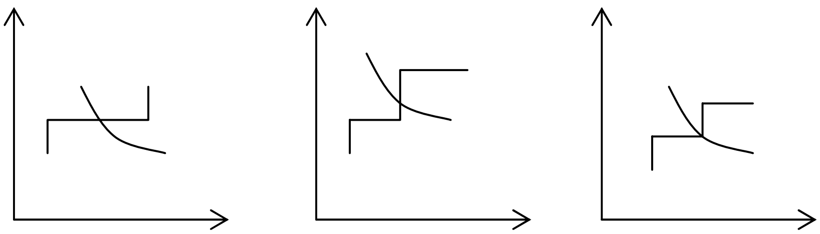
При заданном правиле рационирования прибыль каждого производителя $b \in A$ определяется следующим образом:

$$f^b(\vec{R}\ (.),\ a \in A) = \tilde{c}(\vec{R}, a \in A)\, v^b(\vec{R}, a \in A) - C^b(v^b(\vec{R}, a \in A)),$$

где $v^b(\vec{R}, a \in A) \in [R^{b-}(\tilde{c}), R^{b+}(\tilde{c})]$ - конечный спрос на его продукцию. Таким образом, мы определили нормальную форму игры Γ_S, которая соответствует данному аукциону функций предложения.

Отметим, что имеется три возможных типа равновесий Нэша для Γ_S: a) те равновесия Нэша, для которых $R^+(\tilde{c}) = D(\tilde{c})$ (равновесия Нэша без рационирования), b) те равновесия, для которых $D(\tilde{c}) \in (R^-(\tilde{c}), R^+(\tilde{c}))$ (равновесия Нэша с рационированием), c) те, для которых $D(\tilde{c}) = R^-(\tilde{c}) < R^+(\tilde{c})$ (равновесия Нэша с барьером, см. Рисунок 1.).

Рисунок 1.



a) **b)** **c)**

Утверждение 2. ([7], с.15, Утверждение 3.1.). *Пусть* $e(p)$ не убывает по p, пока $D(p) > 0$.

Тогда для любого равновесия Нэша без рационирования объемы производства соответствуют локальному равновесию Курно. И наоборот, если $(v^a, a \in A)$ *- равновесие Курно, то соответствующее равновесие Нэша существует в игре* Γ_S.

(Доказательство см. [6] с.64)

Каждое равновесие по Нэшу типов b) и c) неустойчиво в следующем смысле. В любом таком равновесии избыточное предложение по цене $\tilde{c}$ создает барьер, который делает невыгодным для любого игрока увеличение цены отсечения путем уменьшения предложения в окрестности цены $\tilde{c}$. Однако, поддержание этого барьера невыгодно. Уменьшение $R^a(\tilde{c})$ до v^a для любого игрока $a \in A$ не меняет выигрышей всех игроков, если другие стратегии фиксированы. Более того, как только барьер становится достаточно мал, некоторый игрок находит выгодным уменьшить свою функцию предложения, увеличивая при этом и выигрыши остальных. Исходя из этих результатов, далее при исследовании двухэтапного рынка предположим, что на спотовом рынке реализуется равновесие Курно.

2.3. Модель Бертрана-Эджворта. Ограничимся случаем, когда для каждой фирмы предельные издержки c^a постоянны при $v^a \in (0, \mathrm{V}^a)$. Производители-продавцы одновременно и независимо назначают цены $s^a, a \in A$, на свой товар. Потребители-покупатели выстраиваются в очередь и покупают предложенный товар в порядке возрастания цены с учетом их резервных цен. Далее будем рассматривать следующую модель. Пусть на рынке имеется континуум потребителей, каждый из которых характеризуется своей резервной ценой: он приобретает единицу товара или нет в зависимости от того, меньше ли цена, когда подходит его очередь, резервной цены или больше. Распределение потребителей по резервной цене r характеризуется плотностью распределения $\rho(r)$, которая положительна и сосредоточена в диапазоне $(0, M)$. Функция спроса имеет вид $D(p) = \int_p^M \rho(r)dr$.

Набор цен $s = (s^a, a \in A)$ определяет вектор фактического предложения товара: $\widetilde{V}(s) = (\widetilde{V}_p,\ p \in P(s))(s)$, где $\widetilde{V}_p(s) = \sum_{a:\, s^a = p} V^a$ – количество товара, предложенное по цене p, $P(s)$ – множество назначенных цен.

Процесс продажи характеризуется функцией остаточного спроса $D(p,\widetilde{V})$, которая показывает, каков остаточный спрос по цене p после продажи всех объемов $\widetilde{V}_{p'}$ по ценам $p' < p$. В литературе рассматривается три конкретных вида этой функции, связанных с порядком потребителей в очереди:

1) Приоритет потребителей с высокой резервной ценой:

$$D^1(p,\widetilde{V}) = \max\left\{0, D(p) - \sum_{p'<p} \widetilde{V}_{p'}\right\}.$$

2) Равномерное распределение потребителей в очереди:

$$D^2(p,\widetilde{V}) = D(p) \cdot \max\left\{0, 1 - \sum_{p'<p} \frac{\widetilde{V}_{p'}}{D(p')}\right\}.$$

3) Приоритет потребителей с низкой резервной ценой:

$$D^3(p,\widetilde{V}) = \max\left\{0, \min_{\bar{p} \le p}\left\{D(\bar{p}) - \sum_{\bar{p} \le p' < p} \widetilde{V}_{p'}\right\}\right\}.$$

При любом порядке потребителей в очереди справедливо соотношение $D^1(p,\widetilde{V}) \le D\left(p,\widetilde{V}\right) \le D^3\left(p,\widetilde{V}\right)$, то есть остаточный спрос убывает быстрее всего в случае 1 и медленнее всего – в случае 3. По функции остаточного спроса для любых стратегий производителей однозначно определяется максимальная продажная цена

$p(s) = \max\{p \in P(s) \mid D(p,\widetilde{V}(s)) > 0\}$.

Пусть $A_1 = \left\{a \in A \mid c^a < s^a = p(s)\right\}$,. $A_2 = \left\{a \in A \mid c^a = s^a = p(s)\right\}$,

$a \in A_1$. В качестве выигрыша производителя a рассмотрим его прибыль

$$u^a(s) = \begin{cases} (s^a - c^a)\mathrm{V}^{\mathrm{a}}, \quad s^a < p(s), \\ (p(s) - c^a)V^a \min\left[1, \quad \dfrac{D(p(s),\widetilde{V}(s))}{\sum\limits_{b \in A_1} V^b}\right], \quad a \in A_1, \\ 0, \quad a \in A_2 \quad \text{или} \quad s^a > p(s). \end{cases}$$

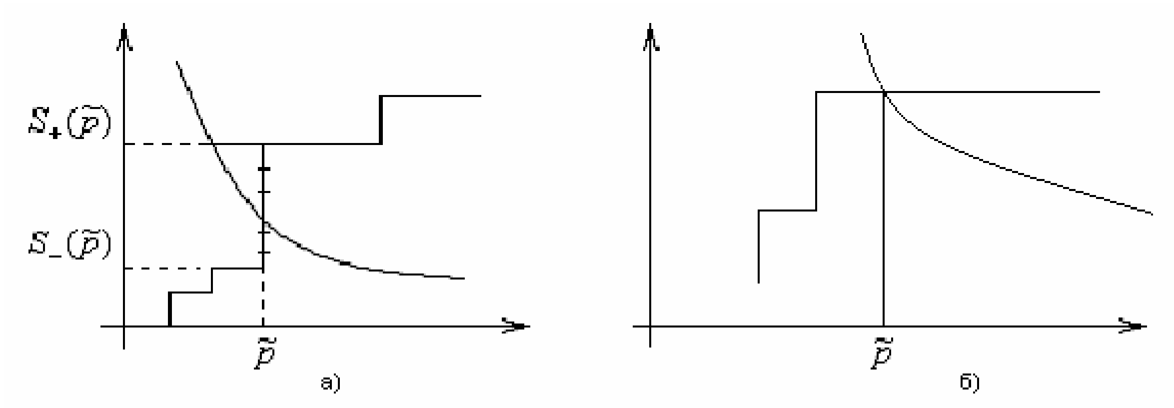
Значение выигрыша производителя при $s^a = p(s)$ показывает, что остаточный спрос по цене $p = p(s)$ распределяется между фирмами пропорционально объемам их предложения, причем приоритетом пользуются фирмы, у которых предельные издержки ниже максимальной продажной цены. Последнее условие вводится для технического удобства, поскольку функции выигрыша разрывны, и данная формула позволяет избежать необходимости исследования ε-равновесий Нэша.

Следующее утверждение показывает, что если в данной игре существует равновесие Нэша, то в общих предположениях оно соответствует конкурентному равновесию.

Утверждение 3. ([7], с.33, Утверждение 2.1.). Пусть s^* - равновесие по Нэшу, $\widetilde{p}$ - цена конкурентного равновесия. Если найдутся два производителя a, для которых $c^a < \widetilde{p}$, то $p(s^*) = \widetilde{p}$.

Для данного рынка существует два типа конкурентного равновесия.

Рисунок 2.



Достаточное условие для существования равновесия Нэша в случае а) состоит в следующем.

Утверждение 4. ([7], с.33, Утверждение 2.2.). Пусть выполнено условие $\sum\limits_{a:c^a \le \tilde{p}} V^a - \max\limits_{a:c^a \le \tilde{p}} V^a \ge D(\tilde{p})$. Тогда набор стратегий s, в котором $s^a = \tilde{p}$ для любого a, такого что $c^a \le \tilde{p}$, является равновесием Нэша независимо от стратегий $s^a \ge c^a$ игроков a, у которых $c^a > \tilde{p}$.

Рассмотрим случай б), когда $S^+(\tilde{p}) = S^-(\tilde{p}) = D(\tilde{p})$ и существуют хотя бы два игрока a_1, a_2 такие, что $c^{a_1} < \tilde{p},\ c^{a_2} < \tilde{p}$

Отметим ситуацию, когда потребители с низкими резервными ценами не имеют приоритета, то есть их доля в каждой группе покупателей, приходящей на рынок, не превышает их доли среди всех оставшихся потребителей. Тогда функция остаточного спроса удовлетворяет неравенству

$$D\left(p, \tilde{V}\right) \le D(p)\left(1 - \sum_{p' < p} \frac{\tilde{V}_{p'}}{D(p')}\right), \qquad (*)$$

то есть остаточный спрос по любой цене p не больше, чем при пропорциональном правиле. Если нет приоритета у покупателей с высокими резервными ценами, то справедливо обратное неравенство. Обозначим $\bar{c} = \max\limits_{a:c^a \le \tilde{p}} c^a$.

Утверждение 5. *Пусть для любого* $p > \tilde{p}$ *верно, что* $D(p)(p - \bar{c}) \le D(\tilde{p})(\tilde{p} - \bar{c})$, *то есть оптимальная монопольная цена при предельных издержках* $\bar{c}$ *не превышает* $\tilde{p}$, *а функция остаточного спроса* $D(p, \tilde{V})$ *при* $p > \tilde{p}$ *удовлетворяет условию* $(*)$. *Тогда набор стратегий* s, *в котором* $s^a = \tilde{p}$ *для любого* a, *такого что* $c^a \le \tilde{p}$, *является равновесием Нэша. Если же в некоторой окрестности* $\tilde{p}$ *для функции спроса выполнены обратные неравенства и хотя бы одно из них строгое, то равновесия Нэша не существует.* В случае приоритета потребителей с высокой резервной ценой равновесие Нэша при $D(\tilde{p}) = S^+(\tilde{p})$ существует, только если оно соответствует равновесию Курно; в случае приоритета покупателей с низкой резервной ценой равновесие Нэша такого типа не существует.

Доказательство первой части см. [6], с. 102-103. Если $D(p,\tilde{V}) = D^1(p,\tilde{V})$, то необходимое условие равновесия – убывание прибыли при увеличении цены фирмой, отклоняющейся от конкурентного равновесия. Отсюда

$$\frac{d}{dp}((D(p) - \sum_{b \ne a} \tilde{v}^b)(p - c^a))\Big|_{p=\tilde{p}} \le 0 \Leftrightarrow \tilde{v}^a = f^a(\tilde{p}) \le |D'(\tilde{p})|(\tilde{p} - c^a) = S_C^a(\tilde{p}) \Rightarrow$$

$f^a(\tilde{p}) = f_C^a(\tilde{p}) \Rightarrow p^* = \tilde{p}$. Заметим, что если эластичность $e(p) \uparrow p$, то условие $p^* = \tilde{p}$ достаточно для равновесия по Нэшу. Если $D(p,\tilde{V}) = D^3(p,\tilde{V})$ то отклоняющаяся фирма может продать тот же объём за большую цену, поскольку удовлетворяет остаточный спрос покупателей с наиболее высокими резервными ценами.

2.4. Аукцион с оплатой по заявкам («pay as bid») представляет собой обобщение предыдущей модели: каждая фирма может предлагать товар по нескольким ценам.

Её стратегия задаётся набором $s^a = (p_1{}^a, v_1{}^a, \ldots, p_k{}^a, v_k{}^a)$, где $p_1^a < p_2^a < \ldots p_k^a$ - цены, $v_1^a, \ldots, v_k^a$ - соответствующие объёмы. Для этой модели справедливы аналоги утверждений 3-5.

3. Анализ двухэтапных аукционов.

В этом разделе мы исследуем СПР для указанных во Введении вариантов организации двухэтапного рынка однородного товара. Сравнение этих вариантов проводится на примере симметричной олигополии с постоянными издержками и неограниченными предельными мощностями: $c^a \equiv c, V^a = \infty, a = 1,\dots,n.$

3.1 Двухэтапный аукцион Курно с пассивными покупателями.

Рассмотрим модель двукратного аукциона Курно для данного рынка с пассивными потребителями и без посредников.

На первом этапе (форвардный рынок) каждый производитель независимо от других назначает и сообщает аукционеру объём товара $q_a^f \in [0, V^a]$, предлагаемый на первом аукционе. Обозначим $\overline{q}^f = (q_a^f, a \in A)$

набор этих стратегий. Цена $p^f(\overline{q}^f)$ уравнивает спрос и фактическое предложение на первом аукционе: $p^f(\overline{q}^f) = D^{-1}(\sum_{a \in A} q_a^f)$. Прибыль фирмы a на этом аукционе: $f_a^f(\overline{q}^f) = q_a^f p^f(\overline{v}^f) - C^a(q_a^f)$.

Поскольку потребители пассивны, то на второй аукцион они выходят с функцией остаточного спроса $D_2(p, q^f) = \max(0, D(p) - q^f)$, где $q^f = \sum_{a \in A} q^a$. Производители выбирают объёмы производства $q_a^s \in [0, V^a - q_a^f]$, учитывая реализации $q_a^f \in [0, V^a]$ на предыдущем этапе. Цена $p^s(\overline{q}^s)$ уравнивает остаточный спрос и фактическое предложение $q^s = \sum_{a \in A} q_a^s : p^s(\overline{q}^s) = D_2^{-1}(q^s)$.

Таким образом, взаимодействие в этой модели соответствует двухшаговой игре, в которой игроками являются фирмы $a \in A$, полная стратегия фирмы a включает две компоненты: $(q_a^f, q_a^s(q^f))$.

и определяет количества товара, предлагаемые на форвардном и спотовом рынках, причём последнее – в зависимости от исхода торгов на первом этапе. Функция выигрыша –

$$f^a(\overline{s}) = q_a^f p^f(\overline{q}^f) + q_a^s p^s(\overline{q}^s(\overline{q}^f)) - C^a(q_a^f + q_a^s(\overline{q}^f)) \tag{4}$$

определяет общую прибыль производителя a в этой модели.

Рассмотрим рынок с однородными постоянными издержками и неограниченными производственными мощностями $V^a = \infty, a \in A.$ Пусть функция спроса линейна: $D(p) = \max(0, \overline{D} - dp)$, где $\overline{D}, d$ - константы. Чтобы найти СПР, надо определить равновесные по Нэшу объёмы и цену при фиксированных стратегиях $q_a^f, a \in A$ на форвардном рынке.

В данном случае функции предложения Курно не зависит от стратегий на форвардном рынке. Согласно (1) объёмы выпуска и цена на спотовом рынке определяется из условия

$$mq_a{}^s = md(p^s - c) = D(p^s) - q^f = \overline{D} - dp^s - q^f .$$

Отсюда:

$$p^s = \frac{\overline{D} - q^f + mdc}{(m+1)d} .$$

Подставляя в (4) выражения для цены и объёмов продажи на спотовом рынке, получим выражение для прибыли в зависимости от стратегий на первом этапе:

$$f^a(q^f) = (p^f(q^f) - c)q_a{}^f + d\left(\frac{\overline{D} - q^f - dc}{(m+1)d}\right)^2 . \tag{5}$$

Мы свели задачу поиска СПР в двухэтапной модели к нахождению равновесия Нэша для модели с функцией выигрыша (5). Найдём функцию наилучшего ответа игрока a:

$$q_a{}^f(q^f) \longrightarrow \max_{q_a^f}\left(\frac{\overline{D} - q^f}{d} - c\right)q_a^f + d\left(\frac{\overline{D} - q^f - dc}{(m+1)d}\right)^2 .$$

Функция $f^a(q_a^f)$ представляет собой параболу, максимум которой достигается в ее вершине. Отсюда:

$$q_a^f(q^f) = (\overline{D} - q^f - dc)\left(1 - \frac{2}{(m+1)^2}\right),$$

$$q^f = (\overline{D} - dc)\left(\frac{l(m)}{1 + l(m)}\right), \text{ где } l(m) = m - \frac{2m}{(m+1)^2} ;$$

$$p^f = \frac{\overline{D} - q^f}{d} = \frac{\overline{D}}{(1 + l(m))k} + c\frac{l(m)}{1 + l(m)} ;$$

$$q^s = md\left(\frac{\overline{D} - q^f + mdc}{(m+1)d} - c\right) = (\overline{D} - dc)\frac{m(m+1)}{(m+1)^3 + 2m} .$$

Проведём сравнение СПР данного двухэтапного аукциона с равновесием Курно.

Утверждение 6: В СПР данной модели $\frac{p^{\mathrm{II}}-c}{c}=\frac{1}{n+1}\frac{p^{\mathrm{I}}-c}{c}=\frac{p^{*}-c}{c}/(1+l(n))$; $\frac{v^{I}}{v^{*}}=\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\frac{l(n)}{1+l(n)}$

$$\frac{v^{\mathrm{I}}}{v^{\mathrm{II}}}=(n+1)-2(n+1)^{-1}, l(n)=n(1-2(n+1)^{-2}).$$

Пример: n=5=> $p^{II}/c-1\approx(p*/c-1)/6$; $p^{I}/c-1\approx(p*/c-1)(1+\frac{1}{85})$

$$p_{среднее}-1\approx(p*/c-1)\left(\frac{37}{42}\right)$$

Таким образом, отклонение спотовой цены от издержек в (n+1) раз меньше, чем отклонение форвардной цены, а последнее близко к отклонеиню цены Курно. Для средней цены отклонение несколько ниже, чем для цены Курно.

3.2

Рассмотрим рынок, где, в отличие от предыдущего варианта, цены на спотовом и форвардном рынке одинаковы при любых стратегиях фирм на первом этапе. Такое выравнивание цен может произойти из-за наличия большого числа мелких посредников, имеющих возможность заключать сделки как на форвардном, так и на спотовом рынках. Другая возможность – это выбор покупателями резервных цен, с которыми они выходят на форвардный рынок, в зависимости от предложения товара на этом рынке.

Пусть покупатели выбирают резервные цены $r^{I}(r)$, зная стратегии $q^{af}, a\in A$.

Лемма. В СПР $\forall\overline{q}^{f}$ $p^{f}(\vec{s})=p^{s}(\vec{s})$, если $q^{f},q^{s}>0$.

В начале рассмотрим случай, исследованный в работе [5], когда остаточный спрос на спотовом рынке задается тем же соотношением, что и выше: $D^{2}(p,q^{f})=\max(0,D(p)-q^{f})$. Это соотношение в данном случае требует специального обоснования, поскольку при равенстве цен $p^{s}=p^{f}$ непонятно, почему покупки на форвардном рынке делают потребители с высокими резервными ценами.

Проведем исследование модели в данном предположении для линейной функции спроса и симметричной олигополии с постоянными предельными издержками с. Анализ спотового рынка полонстью аналогичен предыдущему случаю: цена и объемы выпуска в равновесии Нэша задаются соотношениями (??). Поскольку $p^s = p^f$, то функции выигрыша в зависимости от q_a^f принимают вид :

$$f^a(\vec{q}^f) = q_a^f \frac{(\bar{D} - q^f - dc)}{(m+1)d} + \left(\frac{\bar{D} - q^f - dc}{m=1} \right)^2 d$$

Максимум этой квадратичной по q_a^f функции определяется из условия первого порядка:

$q_a^f = (m-1)d(p-c)$. Таким образом, получается следующее выражение для цены в СПР.

Утверждение 7. (см. также в [5]) Цена $\hat{p}$ в ситуации СПР данной игры удовлетворяет соотношению $\hat{p} - c = \dfrac{\overline{D} - dc}{d(n^2+1)} = (p*-c)\dfrac{n+1}{n^2+1}$.

Отклонение от цены к.р. существенно сокращается. Равновесный объем выпуска $\hat{q}$ и общее благосостояние увеличиваются: $\hat{q} = (\bar{D} - dc)\dfrac{m^2}{m^2+1} > q* = (\bar{D} - dc)\dfrac{m}{m+1}$.

Однако, все эти замечательный свойства существенно зависят от указанного правила упорядочения потребителей. В отсутствии такого упорядочения естественно ожидать, что товар на форвардном рынке будет продаваться случайным образом всем потребителям, у которых резервная цена превышает p^f. Исследуем соответствующую модель.

Допустим, что на форвард-рынке были заключены контракты общим объемом $\sum_j q_j{}^f$ по цене P^f. Принцип равномерного распределения покупателей говорит, что все потребители с резервной ценой выше P^f имели одинаковые шансы приобрести товар, а те, у кого резервная цена меньше P^f, его не приобретали. Соответствующее изменение кривой спроса проиллюстрировано ниже.

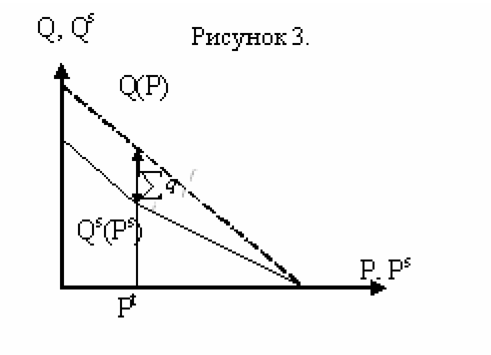


Рисунок 3.

Функция спроса имеет излом в точке соответствующей цене заключенных форвард контрактов.

Построение такой функции спроса из исходной получается параллельным смещением функции при P < P^f вниз на $\sum_j q_j{}^f$ и домножением функции при P > P^f на величину (1-$\sum_j q_j{}^f$ / Q(P)) .

В этом случае возможны два равновесия на спотовом рынке, соответствующие различным наклонам функции спроса. Нетрудно видеть, что равенство цен на форвардном и спотовом рынках возможно лишь в случае среднего значения, когда указанные равенства реализуются с некоторыми вероятностями. Далее обозначим p_1 цену равновесия на спот рынке, соответствующую более крутому участку функции спроса, p_2 – цену для пологого участка. Допустим, что эти равновесия реализуются с вероятностями $w \in (0,1)$ и $1-w$ соответственно в результате применения коррелированных смешанных стратегий фирмами $a \in A$. Тогда в состоянии СПР должно выполняться соотношение $p^f = wp_1 + (1-w)p_2$. Выясним, существуют ли СПР такого же типа и каковы их свойства.

Для нахождения p1 нужно рассмотреть часть функции спроса и предложения при $p < p^f$: $S_c(p) = n(p-c)d$, $D(p) = \max\{0, D - dp - q^f)$

$$\Rightarrow p1 = \frac{a + nbc - q^f}{b(n+1)} = p^* - \frac{q^f}{b(n+1)}$$

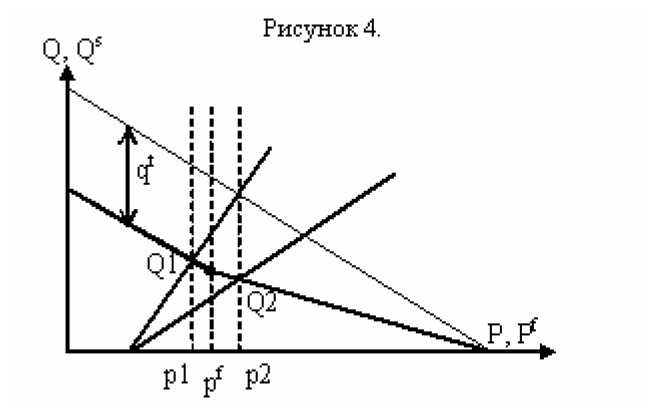
Для нахождения p2 рассматривается часть функции спроса при $p > p^f$. Учитывая пропорциональное рационирование потребителей, имеем:

$$D^{p>p^f}(p) = D(p) * (1 - \frac{q^f}{D(p^f)}), S_c(p) = n(p-c)d(1 - \frac{q^f}{D(p^f)}) \Rightarrow p2 = \frac{a + nbc}{b(n+1)} = p^*$$

независимо от q^f.

Определение ожидаемой цены спот рынка $E(p^{spot}) = p^s = p^f$:

$$p^f = p^s = w \cdot p_1 + (1-w) \cdot p_2 = \frac{a + ndc - wq^f}{d(n+1)} = p^* - \frac{wq^f}{d(n+1)}$$



Оптимальные объемы выпуска и ссуммарные выпуски в каждом из равновесий равны:

$$nq_i^{s1} = Q1 = \frac{n}{n+1}(D - dc - q^f) = nd(\Delta p - \frac{q^f}{d(n+1)}),$$

где $\Delta p = p^* - c = \dfrac{D - dc}{d(n+1)}$;

$$nq_i^{s2} = Q2 = nd\Delta p(1 - \frac{q^f}{nd\Delta p + \frac{wq^f}{n+1}}),$$ поскольку

$$D(p^f) = D + \frac{wq^f}{(n+1)} - d(p^* - c) - dc = nd\Delta p + \frac{wq^f}{d(n+1)}.$$

На следующем этапе нужно найти равновесие на форвардном рынке, учетывая зависимость прибыли спот -рынка от форвардных стратегий.

Для фирмы i суммарная прибыль:

$\pi_i = \pi_i^f + \omega \cdot \pi_i^{s1} + (1-\omega) \cdot \pi_i^{s2}$, где

$$\pi_i^f = (\Delta p - \frac{wq^f}{d(n+1)})q_i^f, \ \pi_i^{s1} = (p1 - c) \cdot q_i^{s1} = \frac{(a - b \cdot c - q^f)^2}{b \cdot (n+1)^2} = b(\Delta p - \frac{q^f}{b(n+1)})^2,$$

$$\pi_i^{s2} = (p2 - c) \cdot q_i^{s2} = (\frac{a - b \cdot c}{b \cdot (n+1)})^2 b(1 - \frac{q^f}{nb\Delta p + \frac{wq^f}{n+1}}) = b(\Delta p)^2 (1 - \frac{q^f}{nb\Delta p + \frac{wq^f}{n+1}})$$

Условия первого порядка принимают следующий вид:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i^f} = \Delta p(1 - \frac{2w}{n+1}) + \frac{wq^f}{b(n+1)}(\frac{2}{n+1} - 1 - \frac{1}{n}) - \frac{(1-w)n\Delta p^3}{(n\Delta p + \frac{w}{b(n+1)}q^f)^2} = 0$$

Произведем замену $\frac{wq^f}{b(n+1)} + n\Delta p = z$.

Нас будут интересовать только $z > 0$. Условия первого порядка принимают вид:

$$z^3 - z^2 \Delta p(n - \frac{2w}{n+1}) = (1-w)n(\Delta p)^3 \stackrel{def}{=} A, \qquad (6)$$

причем только больший корень будет иметь смысл.

Воспользуемся разложением Тейлора для z как функции от правой части уравнения (6). Учитывая теорему о производной неявной функции, получим:

$$z(A) \approx z(0) + \left.\frac{\partial z}{\partial A}\right|_{A=0} \cdot A + \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{\partial^2 z}{\partial A^2}\right|_{A=0} \cdot A^2 + \ldots = \left\{ z(A=0) = \Delta p(n - \frac{2w}{n+1}) \right\} \approx \Delta pn .$$

Отсюда, возвращаясь к исходным обозначениям,

$$\frac{wq^f}{b(n+1)} = 0. \qquad (7)$$

т.е. продажа на форвардном рынке оказывается неоптимальной. При этом на спот-рынке, очевидно, спрос равен исходному спросу, а оптимальный объем продажи для каждого производителя совпадает с его объемом Курно при симметричной олигополии.

3.3. Аукцион с оплатой по заявкам на форвардном рынке, пассивные покупатели.

Описание модели. На первом шаге (форварный рынок) производители назначают цены и предлагают свои объемы товара, а потребители раскупают их в соответствии с функцией спроса, согласно модели Бертрана-Эджворта. На втором шаге (спотовый рынок) производители назначают дополнительные объемы выпуска, а потребители раскупают их, исходя из остаточного спроса, согласно модели Курно. Результаты заключения сделок на 1 этапе известны всем игрокам при выборе стратегии 2 этапа.

Все фирмы характеризуются одинаковыми и постоянными предельными издержками c на единицу выпускаемого товара. Каждая фирма характеризуются также максимальной производственной мощностью V^a. Каждая фирма стремится максимизировать суммарную прибыль от продажи товара на форвардном и спотовом рынках. Поведение потребителей характеризуется следующим образом. В случае, когда товар предлагается по различным ценам и его фактическое предложение задается вектором $\tilde{V} = (\tilde{V}_p, p \in P)$, где P – множество назначенных цен, а $\tilde{V}_p$ – это количество товара, предложенного по цене p, функция остаточного спроса $D^1(p,\tilde{V}) = \max\left\{0, D(p) - \sum_{p'<p} \tilde{V}_{p'}\right\}$ показывает, какое количество товара готовы купить потребители на первом этапе по цене р после продажи всех объемов $\tilde{V}_{p'}$ по ценам $p' < p$. (В данном случае мы рассматриваем функцию остаточного спроса, соответствующую приоритету потребителей с высокими резервными ценами.

Рассмотрим подробнее механизм торгов на первом этапе. Все производители одновременно и независимо друг от друга назначают цены и объемы. Таким образом, стратегия производителя $a \in A$ на первом этапе включает в себя цену $p_a^f > 0$ и объем $q_a^f \in [0, V_a]$. Обозначим его стратегию $s_a^f = (p_a^f, q_a^f, a \in A)$, а $\overline{s^f}$ – это набор стратегий s_a^f, реализованных на первом шаге. По заданному набору стратегий первого этапа определяется вектор фактического предложения товара: $\tilde{V}(\overline{s^f}) = (\tilde{V}_p, p \in P(\overline{s^f}))$, где $\tilde{V}_p(\overline{s^f}) = \sum_{a:p_a^f = p} q_a^f$ – количество товара, предложенное по цене p, а $P(\overline{s^f})$ – множество назначенных цен. Потребители покупают товар в порядке возрастания цены в соответствии с функцией остаточного спроса $D(p,\tilde{V}) = \max\left\{0, D(p) - \sum_{p'<p} \tilde{V}_{p'}\right\}$.

Максимальная продажная цена $R(\overline{s^f}) = \max\{p \in P(\overline{s^f}) \mid D(p, \tilde{V}(\overline{s^f})) > 0\}$.

Прибыли производителей по итогам первого этапа торговли:

$$f_a^f(\overline{s}^f) = \begin{cases} 0, p_a^f > R(\overline{s}^f); \\ (p_a^f - c)q_a^f, p_a^f > R(\overline{s}^f); \\ (p_a^f - c)D(R(\overline{s}^f), \tilde{V}(\overline{s}^f))q_a^f \Big/ \sum_{j:p_j^f = R(\overline{s}^f)} q_j^f, p_a^f = R(\overline{s}^f). \end{cases}$$

Определяется также и значение остаточного спроса на втором этапе:

$\hat{D}(p,\overline{s^f}) = \max\{0, D(p) - Q_1\}$, где $Q_1 = \min\left\{ \sum_{a: p_a^f \le R(\overline{s^f})} \overline{q_a^f}, D(R(\overline{s^f})) \right\}$, $\overline{q_a^f}$ – объем, реализованный фирмой i на первом шаге. На втором шаге стратегией каждой фирмы является предлагаемый объем товара в зависимости от итогов первого шага. Формально эта стратегия задается функцией $q_a^s(\overline{s^f})$, где $q_a^s \in [0, V_a - q_a^f]$. Обозначим $\overline{q^s}$ набор объёмов ($q_a^s, a \in A$), проданных фирмами на втором шаге. В соответствии с моделью Курно цена $p(\overline{s^f}, \overline{q^s})$ на спотовом рынке устанавливается таким образом, чтобы сбалансировать остаточный спрос и общее фактическое предложение товара: $\sum_{a \in A} q_a^s = \hat{D}(p, \overline{s^f})$. Прибыль производителя a на втором шаге определяется следующим образом:

$$f_a^s(\overline{s^f}, \overline{q^s}) = q_a^s(p(\overline{s^f}, \overline{q^s}) - c). \qquad (8)$$

В рассматриваемой модели полной стратегией каждой фирмы $i \in I$ является тройка $(p_a^f, q_a^f, q_a^s(\overline{s^f})) = s_a$, а функция выигрыша определяется соотношением:

$$f_a(\bar{s}) = f_a^f(\overline{s^f}) + f_a^s(\overline{s^f}, \overline{q^s}(\overline{s^f})), \qquad (9)$$

где $\bar{s}$ – это набор полных стратегий фирм s_a, $a \in A$.

Для рассматриваемого двухэтапного рынка в качестве модели поведения игроков мы используем понятие совершенного подыгрового равновесия (СПР). Формально это понятие определяется так: $(\overline{s^{f*}}, \overline{q^{s*}(\cdot)})$ – СПР, если

1) для любого набора $\overline{s^f}$ стратегий первого этапа значения $(q_a^{s*}(\overline{s^f}), a \in A)$ образуют равновесие Нэша относительно функций выигрыша (8);

2) набор стратегий первого этапа $\overline{s^{f*}}$ является равновесием Нэша для игры с функциями выигрыша (9) и фиксированными стратегиями второго этапа $\overline{q^s}*$.

3. Исследование модели. Выведем необходимое условие для СПР в описанной модели двухэтапного рынка.

Лемма. *Пусть* $(\overline{s^{f*}}, \overline{q^{s*}})$ *– СПР. Тогда:*

1) цена на спотовом рынке определяется из условия:

$\sum_{a \in A} S_a^C(p, \overline{s_a^f}) = \hat{D}(p, \overline{s_a^f})$, *где* $S_a^C(p, \overline{s_a^f}) = \min\left\{(p-c)\left|\hat{D}'(p)\right|, V_a - \overline{q_a^f}\right\}$ *– функция остаточного предложения Курно фирмы* a *после продажи на форвардном рынке объема* $\overline{q_a^f}$ *;*

2) все фирмы продают товар на форвардном рынке по одной цене $p_a^f = p^f, a \in A$*;*

3) суммарная заявка на форвардном рынке полностью удовлетворяет спрос по цене $p^f : \sum_{a=1}^{n} q_a^f \geq D(p^f)$*;*

4) цена на спотовом рынке меньше цены на форвардном рынке;

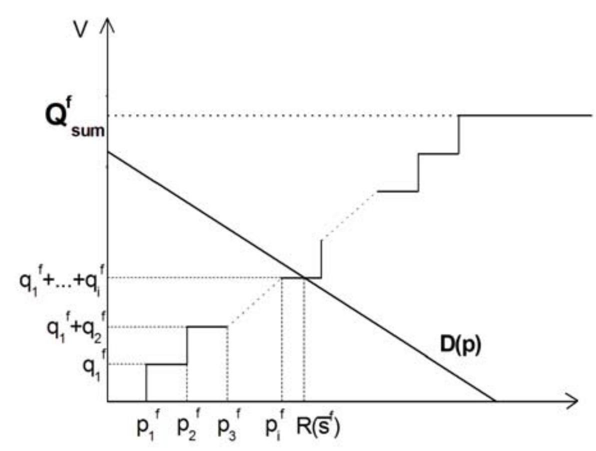
5) все фирмы продают товар только на форвардном рынке.

Доказательство.

1) Это утверждение напрямую следует из определения СПР, пункта 2 и определения равновесия Курно.

2) Доказываем от противного. Допустим, что в СПР производители продают товар на форвардном рынке по разным ценам. Тогда на рынке сформировалась следующая ситуация:

Рис.3. Форвардный рынок.

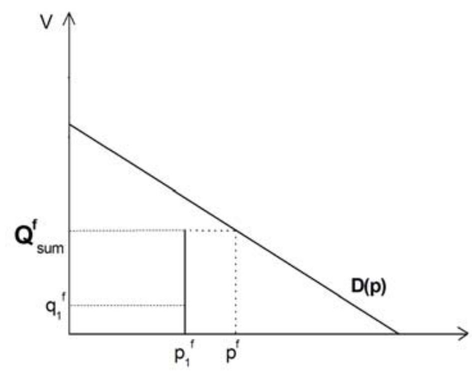


$$Q_{sum}^f = \sum_{a \in A} q_a^f$$

В этом случае любому производителю, продающем товар на рынке, выгодно поднять свою цену до $R(\overline{s^f})$, так как при этом он будет продавать на форвардном рынке тот же объем по большей цене. Объемы продаж на форвардном рынке не изменятся, соответственно функция остаточного спроса $\hat{D}(p,\overline{s_a^f})$ не изменится, и на спотовом рынке все будут продавать такие же объемы, как и раньше. За счет увеличения цены на форвардном рынке производитель увеличивает свою прибыль, а это противоречит определению СПР.

3) От противного, допустим, что в СПР суммарная заявка $\sum_{a=1}^{n} q_a^f$ не полностью удовлетворяет спрос по цене p_1^f. Тогда ситуация на рынке выглядит так:

Рис. 4. Возможность выгодного изменения форвардной цены.



$$Q_{sum}^f = \sum_{a \in A} q_a^f$$

Каждому производителю выгодно поднять цену до p^f, соответствующей условию $D(p^f) = \sum_{a=1}^{n} q_a^f$. При этом прибыль от продажи товара на спотовом рынке не изменится, а на форвардном рынке увеличится. Это противоречит определению СПР.

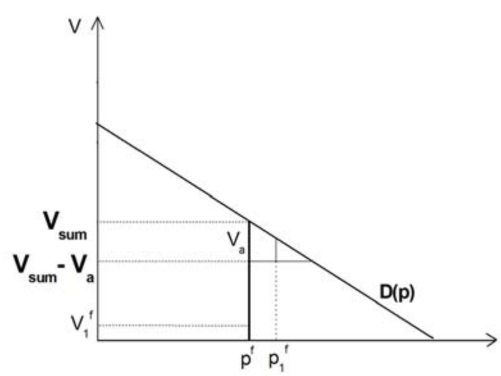
4) Из свойства 3) получаем: $\sum_{a=1}^{n} q_a^f \geq D(p^f)$. В соответсвии с тем, что функция остаточного спроса после продажи всех объемов $\overline{q_a^f}, a \in A$, на форвардном рынке имеет вид $\hat{D}(p,\overline{s^f}) = \max\{0, D(p) - Q_1\}$, спрос на spot рынке по ценам $p \geq p^f$ будет равен 0, а значит цена на спотовом рынке будет меньше цены на форвардном (при положительном объеме продаж).

5) Доказываем от противного, допустим, что в СПР фирма $a \in A$ продает на форвардном рынке объем $\overline{q_a^f} \le V_a, a \in A$, по цене p^f, которая такая же как у других производителей, торгующих на форвардном рынке (равенство цен следует из свойства 1)). На спотовом рынке фирма a продает объем $q_a^s > 0$ по цене p^s, которая меньше чем p^f, по свойству 4). У производителя $a \in A$, торгующего на форвардном рынке есть конкурент, продающий положительный объем, тогда, снизив цену на ξ, фирма a может увеличить объем продаж хотя бы на то количество, которое продавал конкурент. При достаточно малом ξ его прибыль увеличится, поскольку дополнительный объем на форвардном рынке будет продан по более высокой цене. Это противоречит определению СПР.

Теорема. *В описанной модели существует совершенное подыгровое равновесие тогда и только тогда, когда набор стратегий* $(p_a^f = c, q_a^f = V_a), a \in A$*, является равновесием Нэша в модели Бертрана-Эджворта, то есть* $\sum_{a \in A} V_a - D(c) > \max_{a \in A} V_a$.

Доказательство. Необходимость. От противного, допустим что на форвардном рынке существует СПР с $p_a^f > c$ ($q_a^f = V_a$ по свойству 5)). Исходя из свойства 3), получаем два случая: а) $D(p^f) = \sum_{a \in A} q_a^f$ и б) $\sum_{a \in A} q_a^f > D(p^f)$. В первом случае ситуация, сложившаяся на форвардном рынке, выглядит так:

Рис. 5. Суммарная заявка равна спросу по цене p^f.



$$V_{sum} = \sum_{a \in A} V_a$$

Игроку $a \in A$ выгодно отклониться, подняв цену до p_1^f. Остаточный спрос по цене p_1^f больше 0, фирма a продаст на форвардном рынке по цене $p_1^f > p^f$ объем $q_a^{f'} < V_a$, а на спотовом рынке объем $V_a - q_a^{f'}$ по цене $p^s = p^f$, так как остаточный спрос по цене p^f на спотовом рынке равен $\hat{D}(p^f, \overline{s^f}) = D(p^f) - \sum_{\substack{j \in A \\ j \neq a}} V_j = V_a - q_a^{f'}$. Суммарная прибыль $(p_1^f - c)q_a^{f'} + (p^f - c)(V_a - q_a^{f'}) > (p^f - c)q_a^f$. Мы получили, что, отклоняясь, фирма a увеличит свою прибыль – это противоречит определению СПР. Во втором случае не выполняется необходимое условие существования СПР 5), так как не все фирмы $a \in A$ продают на форвардном рынке объем V_a. Необходимость доказана.

Достаточность. Проверим, является ли равновесием Нэша в модели Бертрана-Эджворта ситуация $(p_a^f = c, q_a^f = V_a), a \in A$. Рассмотрим все возможные отклонения фирмы a с целью увеличения прибыли. Фирма a не может с выгодой понизить свою цену на форвардном рынке, так как она продает по цене $p_a^f = c$. Поднимать цену до $c + \xi$, где $\xi > 0$, производителю a тоже невыгодно: покупатели сначала раскупят товар по более низкой цене c, а остаточный спрос по ценам $p > c$ будет равен 0, так как $\sum_{a \in A} V_a - D(c) > \max_{a \in A} V_a$. Продавать товар на спотовом рынке фирме не выгодно, так как цена на нем (по свойству 4)) ниже чем на форвардном, то есть меньше c. Достаточность доказана.

3.4

Рассмотрим модель, в которой, также на первом этапе проходит аукцион по Бертрану- Эджворту, но в отличие от предыдущей, цены на форвардном и спотовом рынках уравниваются за счет активности потребителей или посредников, как и в п.3.2. Тогда необходимые условия СПР применительно к спотовому рынку и выбору объемов на форвардном рынке такие же, как в модели п.3.2, то есть, если СПР с положительными объемами продаж на обоих рынках существует, то оно такое же, как в этой модели. Покажем, однако, что в данном случае указанный набор стратегий не является СПР, поскольку игроки на первом этапе могут менять не только объемы, но и цены. Действительно, снижая на $\varepsilon > 0$ цену: $p_a^f = \overline{p}^f - \varepsilon$, и увеличивая объем q_a^f, фирма a может увеличить объем продаж за счет других фирм ,не меняя цены и объемы продаж для этапа II.

Таким образом, нетривиальных СПР не существует, и для данной модели справедлива теорема из п.3.3.

Заключение.

Наше исследование влияние форвардного рынка на "рыночную власть" компаний-производителей показало следующее. Большой эффект от введения форвардного рынка, обнаруженный в работе [5], существенно зависит от ограничительных условий, присутствующих в этой модели:

1) Наличие арбитражеров или информированных активных потребителей;
2) Специальное упорядочение потребителей по убыванию резервной цены;
3) Организация форвардного рынка в форме аукциона Курно или аукциона единой цены.

Нарушение первого предположения значительно снижает указанный эффект. При этом сохраняется существование совершенного подыгрового равновесия с умеренным положительным эффектом относительно равновесия однократного аукциона Курно. Если же форвардный рынок действует согласно модели Бертрана- Эджворта, то есть допускается ценовая конкуренция, то совершенное подыгровое равновесие обладает теми же свойствами, что и в модели Бертрана-Эджворта. В частности при довольно общих предположениях такого равновесия не существует. Таким образом, наши результаты подтверждают целесообразность жесткой регламентации рынка форвардных контактов и упорядочение доступа потребителей с целью снижения рыночной власти фирм-производителей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

[1] Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005.

[2] Allaz, Blaise, Jean-Luc Vila. Cournot competition, forward markets and Efficiency// J. of Economic Theory. 1993. (1). P. 1-16.

[3] Hughes J.S., Kao J.L. Strategic forward contracting and observability// Intern. J. of Industrial Organization. 1997. . P. 121-133.

[4] Mahenc P., Salanie F. Softening competition through forward trading// J. of Economic Theory 2004. (2). P. 282-293.

[5] Bushnell J. Oligopoly equilibria in electricity contract markets// CSEM Working Paper. University of California Energy Institute, 2005. WP-148.

[6] Васин А.А. Некооперативные игры в природе и обществе. М.: МАКС Пресс, 2005.

[7] Васин А.А., Васина П.А. Рыни и аукционы однородного товара./ Препринт # 2005/047.-М.: Российская экономическая школа, 2005.- 51 с. (Рус.)