

# Экономика. Введение в специальность

А.Бремзен, А.Суворов, С.Гуриев, К.Сонин, О.Замулин

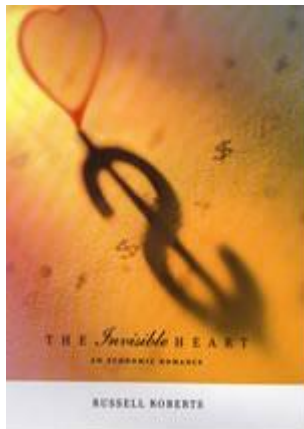
Российская Экономическая Школа

Осень 2006

# Что такое экономика?

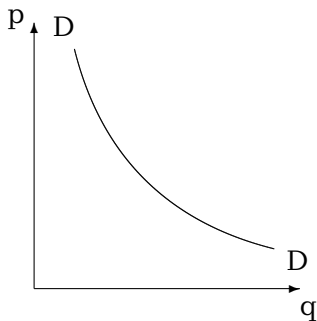
- Это наука о взаимодействии ограниченных ресурсов с неограниченными потребностями,
- это наука скорее о том, какой мир нас окружает, чем о том, каким мы бы хотели его видеть,
- поэтому экономисты, когда читаешь их работы, часто кажутся людьми циничными,
- но на самом деле это не так – просто эти люди пытаются быть честными и не питать чрезмерных иллюзий,
- и не стесняются рассуждать здраво, даже вопреки распространенным стереотипам.

## Пример из книги "Невидимое Сердце"



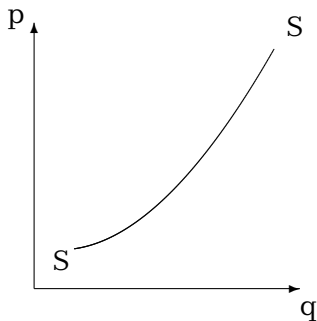
Запасы нефти составляют 531 млрд баррелей, мировое потребление нефти составляет 16,5 млрд баррелей в год. В каком году в мире кончится нефть?

# Любимые картинки экономистов



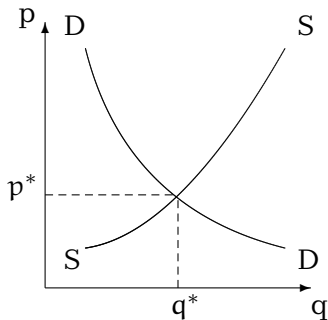
Кривая спроса

## Любимые картинки экономистов – продолжение



Кривая предложения

## Любимые картинки экономистов – равновесие



Равновесные цена  $p^*$  и количество  $q^*$ .

Равновесной называется цена, при которой спрос на товар равен его предложению.

- Оптимальность и равновесие – два центральных понятия всей экономической теории.
- В частности, на них покоится вся теория частичного равновесия – наука про такие картинки,
- но ей-то мы заниматься не будем
- а вместо этого поговорим про стратегические взаимодействия
- когда вместо того, чтобы принимать окружающую действительность (в предыдущем примере, цену товара) как данность, агенты пытаются на нее воздействовать.

## Кому дают нобелевские премии?

2005	Aumann, Schelling	стратегическое взаимодействие (=СВ)
2004	Kydland, Prescott	макрэкономика + СВ
2003	Engle, Granger	эконометрика
2002	Kahneman, Smith	поведенческая экономика
2001	Akerlof, Spence, Stiglitz	асимметричная информация + СВ
2000	Heckman, McFadden	эконометрика
1999	Mundell	макрэкономика
1998	Sen	богатство и бедность
1997	Merton, Scholes	финансы
1996	Mirrlees, Vickrey	СВ
1995	Lucas	макрэкономика + СВ
1994	Harsanyi, Nash, Selten	теория игр (=СВ)

Как видно, вклад в теорию стратегического взаимодействия представляется нобелевскому комитету ключевым.



# Что такое теория игр?

- Это математический аппарат, описывающий стратегические взаимодействия,
- традиционно используется в основном в экономическом анализе
- но последнее время все больше – в других областях
- основной постулат – рациональность участников взаимодействия
- разумеется, понятие рациональности нуждается в уточнении и математическом наполнении
- такое уточнение может быть произведено множеством разных способов
- соответственно существует множество концепций "решения" игр

# Где используется теория игр?



Figure 1. The blooming of game theory

# Формальные определения

**Игра** (в нормальной форме) характеризуется:

- набором игроков  $i = 1, \dots, N$  – у нас  $N$  будет всегда конечное число, обычно просто два.
- множеством стратегий каждого игрока  $S_i$ ,  $i \in N$
- функциями платежей игроков  $U_i(s_i, s_{-i})$

В случае, когда игроков всего два, удобно изображать игру в виде матрицы (прямоугольной таблицы), в которой строчки нумеруются стратегиями первого игрока, столбцы – стратегиями второго, а в клеточках стоят по два числа – сначала платеж первого, потом платеж второго.

## Пример игры двух игроков – Орлянка

	Орел	Решка
Орел	1; -1	-1; 1
Решка	-1; 1	1; -1

Это игра с нулевой суммой – сколько один выиграл, столько другой проиграл.

А футбол – игра с нулевой суммой? А шахматы?

## Пример игры двух игроков – Семейный спор

	Футбол	Балет
Футбол	2; 3	0; 0
Балет	1; 1	3; 2

## Пример игры двух игроков – Chicken Game

	Уступить	Нет
Уступить	0; 0	-2; 1
Нет	1; -2	-4; -4

## Пример игры двух игроков – Встреча

	Голова	Хвост
Голова	1; 1	0; 0
Хвост	0; 0	1; 1

## Пример игры двух игроков – Дилемма Заклученных

	Сознаться	Нет
Сознаться	1; 1	3; 0
Нет	0; 3	2; 2

Как поведут себя игроки? Выберут доминирующую стратегию.



## За что Джон Нэш получил нобелевскую премию

- Он придумал концепцию равновесия в играх,
- то есть, предложил как решение игры,
- то есть, предсказани того, как поведут себя рациональные игроки,
- до этого было решение только для игр двух игроков с нулевой суммой,
- а теперь есть для очень широкого класса игр, с произвольным числом игроков,
- в фильме "Игры разума" понятие равновесия Нэша объясняется неправильно.

## Равновесие Нэша – определение

Равновесием Нэша называется такой набор стратегий игроков, что ни одному не выгодно отклоняться, если остальные не отклоняются.

**Это центральное определение современной теории игр.**

Формально, это набор  $s_i^* \in S_i$ ,  $i \in N$ , такой, что

$$U_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq U_i(s_i, s_{-i}^*) \quad \forall i, \quad \forall s_i \in S_i.$$

## Равновесие Нэша – Дилемма Заключенных

	Сознаться	Нет
Сознаться	1; 1	3; 0
Нет	0; 3	2; 2

## Равновесие Нэша – Дилемма Заключенных

	Сознаться	Нет
Сознаться	1; 1	3; 0
Нет	0; 3	2; 2

Единственное равновесие Нэша – когда оба сознаются (Почему это равновесие? Почему единственное?).

Вообще, определение равновесия Нэша согласованно с решением по доминированию (почему?).

## Равновесие Нэша – Семейный спор

	Футбол	Балет
Футбол	2; 3	0; 0
Балет	1; 1	3; 2

## Равновесие Нэша – Семейный спор

	Футбол	Балет
Футбол	2; 3	0; 0
Балет	1; 1	3; 2

## Равновесие Нэша – Семейный спор

	Футбол	Балет
Футбол	2; 3	0; 0
Балет	1; 1	3; 2

## Равновесие Нэша – Chicken game

	Уступить	Нет
Уступить	0; 0	-2; 1
Нет	1; -2	-4; -4



## Равновесие Нэша – Chicken game

	Уступить	Нет
Уступить	0; 0	-2; 1
Нет	1; -2	-4; -4

## Равновесие Нэша – Chicken game

	Уступить	Нет
Уступить	0; 0	-2; 1
Нет	1; -2	-4; -4

В этой игре тоже два равновесия Нэша. Обратите внимание, что игра симметричная, но оба равновесия – несимметричные.

## Равновесие Нэша – Орлянка

	Орел	Решка
Орел	1; -1	-1; 1
Решка	-1; 1	1; -1

Какие в этой игре равновесия Нэша? А как бы Вы себя повели, если бы Вам пришлось в нее играть?

# Смешанные стратегии

- Полезно наряду с чистыми стратегиями каждого игрока  $s_i \in S_i$  рассматривать смешанные стратегии  $\sigma_i \in \Delta S_i$ ;
- Это элементы симплекса (отрезка, треугольника, тетраэдра и т.д.), "натянутого" на (конечное) множество чистых стратегий  $S_i$ ;
- иными словами, игрокам полезно снабдить возможностью бросать монетки – случайно выбирать свой ход;
- **основной результат** Нэша состоит в том, что в любой конечной игре найдется равновесие Нэша – возможно, в смешанных стратегиях;
- а зачем, кстати, рациональному игроку смешивать стратегии?

## Пример игры без равновесия

"Китайский покер": двое одновременно записывают на бумажке числа. Потом сравнивают – кто написал большее число, тот и выиграл.

В этой игре нет равновесия, даже в смешанных стратегиях (почему?).

## Задача на эту тему

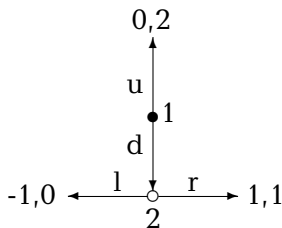
“Тюремное очко”: Петя и Вася одновременно выбрасывают пальцы – один или два. Если сумма равна трем, то Петя платит Васе \$3. Если сумма равна двум или четырем, то Вася платит Пете, соответственно, \$2 или \$4.

- Честная ли это игра (в каком смысле?)
- Есть ли в этой игре равновесия в чистых стратегиях?
- А в смешанных? Кто в среднем выигрывает – Вася или Петя?

## Игры в развернутой форме

- Пока мы рассматривали статические игры – в которых все игроки одновременно выбирают стратегии,
- часто, однако, игроки ходят по очереди,
- наблюдая (или ненаблюдая) ранее сделанные ходы,
- как в шахматах или в бридже (в чем между ними разница)
- такие игры удобно изображать в виде ориентированных графов – набора вершин и стрелочек.

## Пример игры в развернутой форме

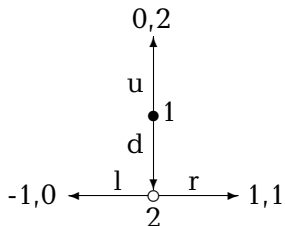


Здесь цифра около вершины обозначает номер игрока, который в этой вершине делает ход, буква у стрелочки – условное обозначение хода. У терминальных (конечных) вершин выписаны платежи.

Как будут действовать игроки в этой игре?



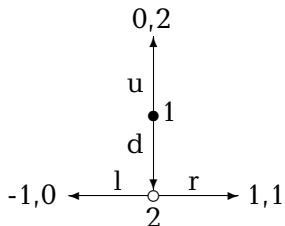
# Соответствующая нормальная форма



	l	r
u	0; 2	0; 2
d	-1; 0	1; 1

Какие равновесия в этой игре?

# Соответствующая нормальная форма

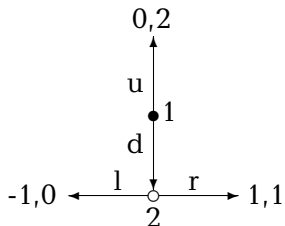


	l	r
u	0;2	0;2
d	-1;0	1;1

Какие равновесия в этой игре?

Есть равновесие (d, r)

## Соответствующая нормальная форма

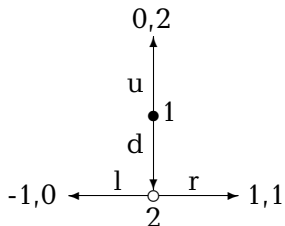


	l	r
u	0; 2	0; 2
d	-1; 0	1; 1

Какие равновесия в этой игре?

Есть равновесие (d, r) и есть равновесие (u, l).

## Соответствующая нормальная форма



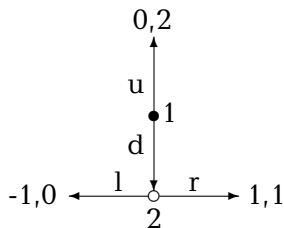
	l	r
u	0;2	0;2
d	-1;0	1;1

Какие равновесия в этой игре?

Есть равновесие (d, r) и есть равновесие (u, l).

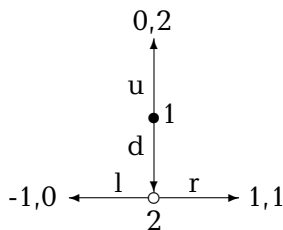
Однако одно из этих равновесий более естественно, чем другое.

# Выбор равновесия



- Равновесие  $(d, r)$  продолжает оставаться равновесием по ходу игры – как говорят, в любой подыгре,
- а равновесие  $(u, l)$  – нет:
- в нем второй игрок собирается вести себя странно,
- и его спасает только то, что ему не приходится делать ход.

# Неправдоподобные угрозы



- Можно сказать, что в равновесии  $(u, l)$  игрок 2 угрожает сыграть  $l$  если игрок 1 сыграет  $d$ ;
- и тем отваживает его от хода  $d$ ;
- однако эта угроза не выглядит правдоподобной,
- потому что когда (и если) дойдет дело до ее исполнения, игроку 2 оно будет невыгодно.

## Совершенное к подыграм равновесие

- Это равновесие Нэша в исходной игре, которое остается равновесием и в любой подыгре,
- то есть, для игр с полной информацией (как шахматы) в продолжении игры после *любой* последовательности ходов,
- в том числе после последовательности ходов, которая сама в равновесии не встречается;
- для игр с неполной информацией определение несколько сложнее, мы пока не будем их касаться;
- в конечных играх равновесие, совершенное к подыграм всегда существует и может быть найдено с помощью простого алгоритма (алгоритма Цермело-Куна).
- Совершенные к подыграм равновесия исключают неправдоподобные угрозы.

# Commitment

- Заметим, что в последнем примере совершенное к подыграм равновесие  $(d, r)$  доставляет игроку 2 меньший платеж, чем несовершенное к подыграм  $(u, l)$ ;
- поэтому игрок 2 хотел бы заранее пообещать не играть  $r$  – сжечь мосты;
- по-английски это будет 'to commit' (в отличие от 'to promise'),
- если ему удастся, то он может получить больший выигрыш,
- важно не само намерение игрока 2 не играть  $r$ , а чтобы игрок 1 поверил в это намерение!



## Commitment – примеры ситуаций

- Хрущев и ракеты
- террористы и британское правительство
- алкоголики и жидкость для мытья окон
- израильское правительство и поселенцы в Газе
- потерявший деньги на вокзале и Вы
- монополия и ценовая война
- electoral college и vote-swapping
- инфляционные ожидания и центробанк
- транжира и пенсионные вклады

## Задача из школьной олимпиады

На столе лежат 100 спичек. Двое по очереди берут спички со стола. За один раз разрешается взять любое число спичек, являющееся степенью двойки (т.е., 1, 2, 4, 8...). Выигрывает тот, кто заберет последнюю спичку. Кто выигрывает при правильной игре?

- Надо изобразить дерево игры и применить алгоритм Цермело-Куна:
- по одной стирать терминальные подыгры, записывая вместо них выигрыш соответствующего игрока при его оптимальном ходе.
- Но если решать "в лоб", то придется очень долго стирать ребра.
- Лучше сообразить, какой будет исход игры при любом начальном количестве спичек.
- Например, решить сначала для 10 спичек.

# Введение в теорию торга

- Удобно, когда на рынке много продавцов и много покупателей:
- тогда можно считать, что 'образуется' 'равновесная' цена
- и все выбирают свой индивидуальный спрос, принимая цену как данность.
- также сравнительно несложно анализировать классическую монополию
- то есть, ситуацию, когда покупателей много, а продавец один:
- тогда можно считать, что монополист сам выбирает цену
- принимая во внимание спрос как функцию от цены
- а как анализировать олигополию?

# Введение в теорию торга

- Часто бывает, однако, что на рынке ограниченное число продавцов и ограниченное число покупателей;
- например, так обстоят дела на глобальном рынке газа,
- тогда исход переговоров зависит от переговорной силы сторон
- то есть, от того, кто может себе позволить вести себя более жестко
- обычно это тот из агентов, кто располагает большими ресурсами.

# Игровая модель торга

- Двое должны договориться о том, как поделить \$1.
- То есть, предъявить подписанный обоими документ, специфицирующий кто сколько получит:  $x_1 + x_2 = 1$ .
- Если (когда) они договорятся, они получат указанные в договоре суммы,
- а иначе не получат ничего.

Как будет развиваться эта игра?

# Простейшая спецификация модели

- На самом деле, пока игра не задана,
- то есть, не указано главное – множества стратегий игроков
- Например, можно считать, что игра развивается так:
- продавец делает предложение (take-it-or-leave-it offer)
- Если покупатель соглашается, то договор заключен
- а если нет, то они расстаются (получают по нулям)

# Модель Рубинштейна

- Предположение, что продавец может сделать только одно предложение, подходит не для всех ситуаций
- даже на рынке авиабилетов теперь покупатель тоже может делать предложения ([www.priceline.com](http://www.priceline.com))
- В более реалистичной модели Рубинштейна игроки делают предложения по очереди
- пока очередное предложение не будет принято
- причем тянуть время стоит (пусть небольших) денег
- а именно, между соседними предложениями размер доллара увеличивается в  $\delta_1 < 1$  раз для продавца и в  $\delta_2 < 1$  раз для покупателя.

Как будет развиваться игра?

## Формальное описание модели Рубинштейна

- Два игрока должны договориться о том, как разделить \$1.
- Сначала игрок 1 делает предложение: себе  $x_0$ , второму  $y_0$ .
- Если игрок 2 согласен, игра заканчивается.
- Если нет, то игрок 2 делает предложение: себе  $y_1$ , первому  $x_1$ .
- Если игрок 1 согласен, игра заканчивается.
- Если нет, опять делает предложение игрок 1: себе  $x_2$ , второму  $y_2$ , и т.д.
- Если игра кончилась на шаге  $t$ , то платеж первого  $\delta_1^t x_t$ , а второго  $\delta_2^t y_t$ .



# Жадная стратегия

- Вот, например, пара стратегий:
- 'Игрок 1 на каждом шаге требует себе  $x = 1$  и отказывается от предложений меньше, чем 1; игрок 2 на каждом шаге предлагает  $x = 1$  и принимает любое предложение'.
- Будет ли эта пара стратегий равновесием Нэша?

# Жадная стратегия

- Вот, например, пара стратегий:
- 'Игрок 1 на каждом шаге требует себе  $x = 1$  и отказывается от предложений меньше, чем 1; игрок 2 на каждом шаге предлагает  $x = 1$  и принимает любое предложение'.
- Будет ли эта пара стратегий равновесием Нэша?
- А будет ли она совершенным к подыграм равновесием Нэша?

## Менее жадная стратегия

- Игрок  $i$  на своем ходу предлагает себе  $\frac{1-\delta_j}{1-\delta_i\delta_j}$  (и остальное партнеру) и принимает любую сумму, не меньшую  $\delta_i \frac{1-\delta_j}{1-\delta_i\delta_j}$
- Это будет равновесием, притом совершенным к подыграм (почему?)
- Можно показать, что других совершенных к подыграм равновесий в этой игре нет
- Таким образом игра заканчивается на первом же ходу: первое же предложение будет принято в равновесии.

## Свойства решения

- $\lim_{\delta_i \rightarrow 1} \frac{1-\delta_j}{1-\delta_i \delta_j} = 1$  – если один из игроков бесконечно терпелив (а другой нет) то он получит все деньги.
- вообще, чем более терпелив игрок, тем больше он получит (выигрыш игрока  $i$  возрастает по  $\delta_i$ ).
- если игроки одинаково терпеливы ( $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ ), то первый получит  $\frac{1-\delta}{1-\delta^2} = \frac{1}{1+\delta}$ .
- то есть, примерно половину – если  $\delta$  достаточно близко к единице.
- Упражнение: найдите совершенное к подыграм равновесие в конечной игре – когда раундов всего  $2n$ .
- и убедитесь, что оно стремится к выписанному выше при  $n \rightarrow \infty$ .

## Про полную информацию

- В задаче торга довольно "ясно", что торгующиеся все-таки договорятся
- так что единственная неясность - какой будет цена
- в экономике подобные лозунги называются "теорема Коуза":
- что будет достигнуто эффективное распределение благ не зависимо от того, каким было их начальное распределение
- то есть, все равно кому раздать активы при приватизации – они будут работать эффективно
- конечно, это никакая не теорема, а именно лозунг

## Про общее знание

- Однако вскоре стало ясно, что для выполнения "теоремы Коуза" требуется важное условие
- а именно: все участники должны иметь полную информацию обо всем
- в задаче торга, например, важно знать свою оценку и оценку своего партнера
- и знать, что партнер знает твою оценку, и что ты знаешь его оценку и так далее *до бесконечности*
- такая ситуация называется "общим знанием"
- надо также знать, например, что (в модели Рубинштейна) горизонт бесконечный и это тоже должно быть общим знанием

## Про общее незнание

- На самом деле, если есть параметр, значения которого *никто* не знает, ничего страшного
- например, какое будет следующее лето
- конечно, незнание будущего добавляет неопределенности, но эту неопределенность можно переложить на тех, кому все равно
- выпустить скажем ценную бумагу, по которой будет выплачено \$1, если средняя температура за июнь-август не превысит 20 градусов
- и желающие смогут купить такие бумаги *сейчас*, если хотят застраховаться от неурожая
- и рынок, зная примерно вероятность наступления такого события, определит цену этой бумаги

# Про асимметричную информацию

- Гораздо хуже, когда есть параметры, значение которых некоторые знают, а некоторые не знают
- и первые не могут доказать вторым (хотя хотят)
- в таких ситуациях почти всегда теряется эффективность: либо активы достаются не тем, кто их больше всего ценит, риск – не тем, кто его меньше всего боится, возникают дефициты, разваливаются целые рынки, агенты совершают непроизводительные расходы



# Про напитки

- На рынке есть масса разных напитков, в каждом из которых есть определенный процент сока – от 0 до 100
- производители (продавцы) знают содержание сока в каждом напитке, а покупатели нет
- но у продавцов есть сертификаты (которые они могут предъявить если хотят)
- вопрос: будут ли продавцы предъявлять сертификаты?
- будет ли рынок эффективным?
- а если некоторая доля продавцов потеряла сертификаты?
- если напиток тем дороже в производстве, чем больше в нем сока, будут ли произведены все напитки?

# Про лимоны

- На рынке подержанных автомобилей есть автомобили двух типов
- хорошие и плохие
- будем считать, что их поровну
- хорошие продавец готов уступить за \$ 6000, плохие за \$1000
- покупатель готов заплатить за хорошие \$8000, за плохие \$2000
- по идее, должны продаваться и те и другие

## Про лимоны

- Но что произойдет, если покупатель не может определить качество предлагаемой ему машины?
- Тогда он оценит произвольную машину в  $0.5 \times \$8000 + 0.5 \times \$2000 = \$5000$
- что меньше, чем \$6000
- поэтому не бывает равновесия, в котором и те и другие машины есть на рынке
- и вообще, в равновесии остаются только плохие машины – рынок хороших машин разваливается
- такой феномен называется adverse selection или неблагоприятный отбор

# Что делать?

- можно пригласить эксперта
- можно предложить страховку от поломки (если качество определяется вероятностью поломки)
- можно заранее принудительно обеспечить наличие машин разного качества (например, если продавец – фирма, дающая машины в аренду)
- можно попробовать послать сигнал о качестве

Приложения: рынки страхования, рынки банковских кредитов

## Зачем нужно образование

- Модель Спенса: сотрудники бывают более производительные ("талантливые") и менее производительные
- фирмы готовы платить первым более высокую зарплату
- но они не знают, как их выделить
- любой человек может попробовать получить образование
- которое никак не влияет на производительность (и, следовательно, на зарплату, которую фирмы готовы предложить)
- но которое легче получить более производительным, чем менее производительным
- тогда будет равновесие, в котором производительные получают образование, а непроизводительные – нет
- но будет ли оно лучше, чем равновесие без образования?

# Moral hazard

- Теперь информация одинаковая на момент заключения контракта, но меняется потом
- обычно такая ситуация рассматривается в контексте класса задач "начальник-подчиненный"
- усилия подчиненного часто ненаблюдаемы для начальника
- поэтому приходится составлять контракт так, чтобы стимулировать подчиненного самому выбирать нужный уровень усилий
- что может быть связано с издержками
- например, связанные с недостаточной страховкой
- вот зачем нужны нервные экзамены
- и вот зачем нужен перегруженный начальник