

Российская Экономическая Школа  
Введение в специальность  
Контрольная работа 1 – Решение

Составители: Андрей Бремзен, Константин Сонин, Антон Суворов

13 октября 2006 года.

1. Двое играют в игру "Камень, ножницы, бумага". Они должны одновременно показать комбинации из пальцев, соответствующие одному из этих трех предметов. Ножницы побеждают бумагу, бумага - камень, а камень - ножницы. Если они показывают одинаковые предметы, то ничья.

(a) Формализуйте игру и нарисуйте ее матрицу.

	Камень	Ножницы	Бумага
Камень	0;0	1;-1	-1;1
Ножницы	-1;1	0;0	1; -1
Бумага	1;-1	-1;1	0;0

(b) Есть ли в этой игре равновесия Нэша в чистых стратегиях? Приведите такое равновесие или докажите, что их нет.

**Равновесие в чистых стратегиях – это пара чистых стратегий, такая, что ни одному игроку не выгодно отклоняться, если другой не отклоняется. Легко понять (например, перебрав все клеточки), что таких тут нет.**

(c) Есть ли в этой игре равновесия Нэша в смешанных стратегиях? Если есть, то сколько? Поясните свой ответ.

**Поскольку игра конечная, она подпадает под основную теорему Нэша, и равновесие, хотя бы в смешанных стратегиях, быть должно. Его нетрудно угадать (и многие школьники знают с детства) – оба игрока должны выбирать любую из трех стратегий с равной вероятностью. Если подумать, то легко увидеть, что это единственное равновесие – потому что если, например, игрок 1 играет "камень" чаще других, то игроку 2 выгодно всегда играть "бумагу", но тогда игроку 1 выгоднее всегда играть "ножницы", что противоречит предположению, что он часто играет "камень".**

2. Завод, наняв  $L$  рабочих (для простоты считайте, что  $L$  не обязательно должно быть целым – это соответствует возможности частичной занятости), может произвести  $L(100 - L)$  единиц товара если  $L \leq 50$  и 2500 единиц товара если  $L > 50$ . Стоимость одной единицы товара составляет \$1.

Профсоюз, представляющий интересы рабочих, устанавливает размер зарплаты  $w$ , который завод может принять или отвергнуть (но не может обсуждать с профсоюзом). Если завод отвергает предложенное  $w$ , то он никого не нанимает и ничего не производит. Если завод принимает  $w$ , то он выбирает  $L$ , максимизируя свою прибыль – выручку от продажи продукции за вычетом издержек на оплату труда. Цель профсоюза – максимизировать совокупные трудовые доходы всех рабочих  $wL$ .

(a) Формализуйте взаимодействие в качестве игры в развернутой форме.

**Задание несколько осложняется тем, что возможных стратегий у каждого игрока бесконечно много. Обычно в таком случае не рисуют много стрелочек, а ограничиваются одной репрезентативной стрелочкой  $w$  для профсоюза и  $L$  для завода.**

(b) Найдите все совершенные к подыграм равновесия в этой игре между профсоюзом и заводом.

**Следует решать с конца: если профсоюз назначит  $w > 0$ , то завод выберет  $L$  максимизируя  $\pi = L(100 - L) - wL$ , то есть,  $L = \frac{100-w}{2}$ . Зная это, завод выберет  $w$  максимизируя  $wL = w \frac{100-L}{2}$ , то есть,  $w = 50$ . Это единственное совершенное к подыграм равновесие.**

(c) Существует ли исход  $w, L$ , которую обе стороны (и профсоюз и завод) предпочитают любому из исходов, достигаемых в совершенных к подыграм равновесиях?

**Да, например  $L = 50$  и  $w = 30$ .**

(d) Укажите равновесие Нэша, не совпадающее ни с одним из равновесий, совершенных к подыграм. Описывая стратегию завода, не забудьте указать, какие предложения  $w$  он собирается принимать, а какие – нет.

**Например, пара стратегий  $w = 10$  и “нанимать  $L = 0$  при  $w > 10$  и  $L = \frac{100-w}{2}$  при  $w \leq 10$ ” будет равновесием: профсоюз, повысив требуемую зарплату, добьется нулевой занятости, что невыгодно. Заводу, при данной стратегии профсоюза, тоже невыгодно пересматривать свою стратегию, то есть, налицо равновесие Нэша.**

3. Стандартным способом выявления оценки участниками эксперимента некоторого предмета является процедура, предложенная в 1964 г. Бекером, деГроотом и Маршаком. Участник эксперимента – продавец – получает в ходе эксперимента единицу товара и должен затем указать цену  $p$ , по которой он готов этот объект продать. Вслед за этим случайным образом выбирается число  $x$ ; если  $x < p$ , то сделка не происходит; если  $x \geq p$ , то участник продает объект по цене  $x$ . Докажите, что участники такого эксперимента не заинтересованы в искажении своей истинной оценки предмета: оптимальной стратегией является объявление минимальной цены, по которой они готовы с ним расстаться.

Пусть  $s$  - минимальная сумма, за которую участник готов расстаться с предметом. Убедимся, что участник не может выиграть от того, что назовет цену  $p$ , отличную от  $s$ , но может оказаться в проигрыше:

• Если выпадет  $x < s$ :

- Если названная цена  $p > x$ , то выигрыш участника такой же (он сохраняет предмет), как если бы он назвал цену  $s$ ;
- Если же названная цена  $p \leq x$ , то участник проигрывает по сравнению с честным объявлением цены  $s$ : он вынужден продать предмет по цене  $x$ , меньшей его истинной оценки.

• Если выпадет  $x \geq s$ :

- Если названная цена  $p \geq x$ , то выигрыш участника такой же (он продает предмет по цене  $x$ ), как если бы он назвал цену  $s$ ;
- Если же названная цена  $p > x$ , то участник проигрывает по сравнению с честным объявлением цены  $s$ : он упускает возможность продать предмет по цене  $x$ , превышающей его истинную оценку.

4. Люди часто переоценивают свои способности и заслуги. Например, 90% автомобилистов верят в то, что они лучше водят машину чем большинство других водителей. Как вы полагаете, в чем состоит потенциальный выигрыш и каковы издержки подобного оптимизма?

Есть несколько причин, по которым людям может быть выгодно несколько завышать свои способности. Самая банальная причина состоит в том, что это часто это просто приятно (большинство людей так устроены, что они любят думать о себе хорошо). Кроме того, завышенная самооценка может быть полезна в социальных взаимодействиях: так, если сам веришь в свою гениальность, то легче убедить в этом окружающих. Наконец, несколько завышенная вера в свои силы может быть полезна для преодоления лени, инертности (предпочтения людей в разные моменты времени не всегда согласованы; пример: я хочу встать завтра рано, чтобы много успеть, но наступает утро и вставать уже не хочется; если я верю, что мне действительно много интересного удастся успеть за день (возможно, больше чем удастся сделать на самом деле), то я легче вылезу из кровати).

Есть несколько возможных издержек от такого самообмана. Во-первых, люди с завышенной самооценкой могут проявлять необоснованное упорство в непосильных делах, браться за слишком рискованные проекты. Могут прибегать к бесполезным уловкам, чтобы сохранить завышенную самооценку: например, не готовиться к экзамену (тогда неудачу можно списать на разгильдяйство, а не отсутствие способностей). Наконец, если человек хорошо себя знает (знает, что склонен фильтровать негативную информацию о себе и переоценивать позитивную), то он будет несколько сомневаться в ценности своих успехов даже в случае, если они совершенно заслуженные.