

## АУКЦИОНЫ и МЕХАНИЗМЫ

<http://www.nes.ru/~abremzen/ane.html>

2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

## План лекции

- Зачем нужны механизмы?
  - Что такое эксклюзивная информация?
- Пример механизма: праздник в Афинах
- Обзор основных понятий теории механизмов
  - формальные определения
- Пример имплементации: суд царя Соломона

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

2

## Первый механизм: праздник в Афинах

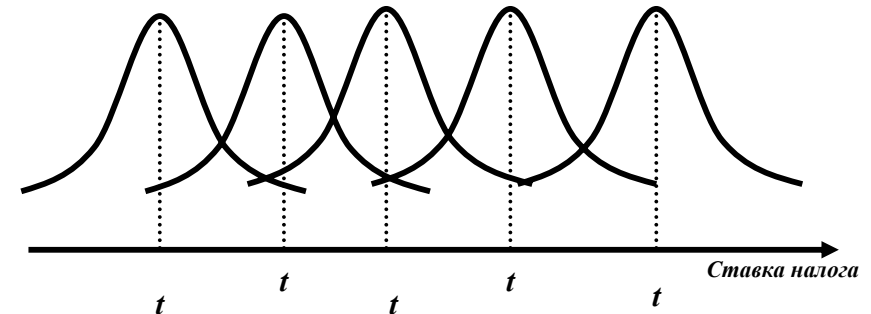
- Каждый год в Афинах (город в Древней Греции) устраивали праздник, который оплачивал самый богатый житель Афин
- У этого самого богатого были стимулы притвориться не самым богатым (а, скажем, вторым по богатству)
- Проблема решалась с помощью следующего механизма
  - Указывали на какого-то богатого человека (назовем его Спирос)
  - Перед Спиросом стоял выбор - заплатить стоимость праздника или указать на какого-то другого человека и сказать «Я не самый богатый человек в Афинах, вот Тимон богаче меня!»
  - Тимон мог либо отклонить «обвинение» Спироса, сказав: «Нет, Спирос, нет, я не богаче тебя» и в этом случае поменяться со Спиросом всем своим имуществом, либо взять на себя задачу дальнейшего поиска (и заплатить, если не найти самого богатого)
- У самого богатого нет стимулов отклонить предложение!
- Дополнительные предположения, чтобы утверждение стало полностью верным?

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

3

## Пример: голосование

- Есть  $N$  агентов, и у каждого есть свое предложение по ставке налога  $t_i$



- Рассмотрим такую процедуру
  - каждый агент сообщает планировщику (или объявляет обществу) ставку, которую он предлагает выбрать  $s_i$
  - принимается ставка  $t_{cp} = (s_1 + \dots + s_N) / N$
- Вопрос: при таком способе определения ставки налога, будет ли у участников стимул говорить правду (то есть предлагать  $s_i = t_i$ )?

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

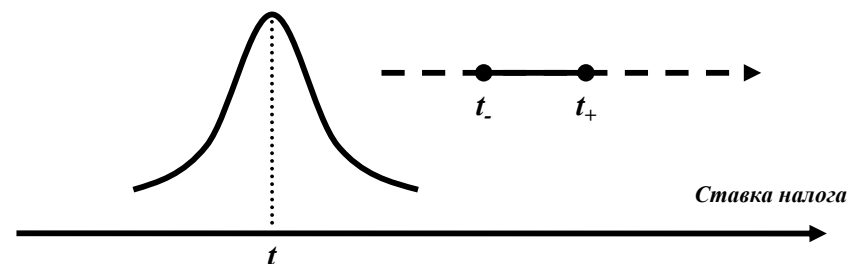
4

## Голосование

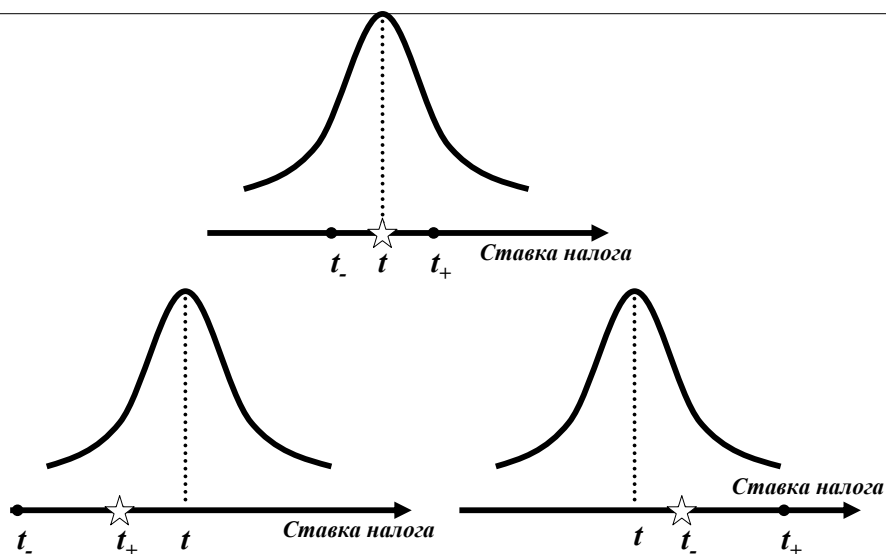
- Ответ: нет. Например, если  $t_i < t_{cp}$ , то у агента  $i$  есть стимул занизить свое объявление.
  - то есть при такой процедуре у участников есть стимулы скрывать правду
- Тот же эффект
  - при выборе платы за общественное благо (налогов Линдаля)
  - при торговле между продавцом и покупателем
- Рассмотрим другую процедуру
  - и предположим, что число агентов нечетно
  - каждый агент сообщает планировщику (или объявляет обществу) ставку, которую он предлагает выбрать  $s_i$
  - эти (предложенные ставки) упорядочиваются (например, по возрастанию)
  - в качестве ставки принимается медианная предложенная ставка (т.е. такая ставка, что есть одинаковое число ставок, которые больше нее и ставок, которые меньше нее)

## Выявляющее голосование

- В этом случае называть свою ставку (то есть предлагать  $s_i = t_i$ ) правдиво является равновесной стратегией
- Более того, это доминирующая стратегия!
- Интуиция
  - мнение агента учитывается только в том случае, если он медианной, а в этом случае ему выгодно говорить в точности правду
  - если он не медианный, то ему выгодно смещать медиану только в сторону своего настоящего оптимума



## Три случая



## Выявляющее голосование

- Рассмотрим другую процедуру
  - и предположим, что число агентов нечетно
  - каждый агент сообщает планировщику (или объявляет обществу) ставку, которую он предлагает выбрать  $s_i$
  - эти (предложенные ставки) упорядочиваются (например, по возрастанию)
  - в качестве ставки принимается медианная предложенная ставка (т.е. такая ставка, что есть одинаковое число ставок, которые больше нее и ставок, которые меньше нее)
- В этом случае называть свою ставку (то есть предлагать  $s_i = t_i$ ) правдиво является равновесной стратегией
- Более того, это доминирующая стратегия!
- Интуиция в этом случае точно такая же, как в аукционе второй цены (аукционе Викри)
  - мнение агента учитывается только в том случае, если он медианной, а в этом случае ему выгодно говорить в точности правду
  - если он не медианный, то ему выгодно смещать медиану только в сторону своего настоящего оптимума

## Механизм Гровса

- Три агента думают - не создать ли им общественное благо (мост, добровольческую дружину, и. т. п.)
  - стоимость создания (построения) -  $c$
  - пользы каждому из агентов -  $v_1, v_2, v_3$  (каждый знает только свою ценность)
- с общественным благом проблемы - его всегда недофинансируют
  - если спросить агентов, они скажут неправду (чтобы другие заплатили)
- В механизме Гровса некто (очень хороший) говорит:
  - агенты, скажите, сколько вы готовы заплатить за мост  $b_1, b_2, b_3$
  - если  $b = b_1 + b_2 + b_3 \geq c$ , то мост будет построен (иначе - не будет)
  - каждый из вас заплатит (не сколько объявил, а реально)  $c - (b_i + b_k)$ , где  $i, k$  - двое других агентов
  - чудесное свойство - сказать правду  $b_i = b_i(v_i) = v_i$  выгодно, независимо от того, что говорят остальные!
  - одно плохо - некому придется доплатить, ведь  $3c - 2b < b$
  - еще кое-что плохо -  $1, 2, 3$  могут сговориться и кинуть доброжелателя
- Частный случай механизма Викри (аукцион второй цены) -  
Кларка (медианный) Ролл (аукцион) Гровса (общественное благо)<sup>9</sup>

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

## Формальности

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

1.10

## Основные понятия I

- Агенты (участники, игроки)
  - конечное число
  - например, избиратели
  - например, агенты в конкурентной экономике
  - все агенты вместе составляют общество (социум)
- Исходы [игр]
  - конечное или бесконечное число
  - например, кандидатуры при голосовании
  - например, набор товаров
- Предпочтения
  - бинарное отношение на множестве исходов
  - у каждого агента - свои предпочтения
  - профиль - набор предпочтений (по одному для каждого агента)
- Общественные предпочтения
  - бинарное отношение на множестве исходов

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

11

## Основные понятия II

- Общественный выбор
  - функция общественного выбора - отображение из множества профилей предпочтений в множества исходов
  - отношение общественного выбора - многозначное отображение из множества профилей предпочтений в множества исходов
  - Вальраса, Линдаля, ...
- Механизм
  - игра, в которой исходами являются те самые исходы
  - платежи определяются в зависимости от предпочтений
  - так что механизм - это набор игр (форма игры), а не игра
- Концепция равновесия (решения игры)
  - определяет стратегическое поведение агентов в заданном механизме при заданном профиле предпочтений
  - примеры: равновесие по Нэшу; равновесие по Нэшу в чистых стратегиях; равновесие, совершенное относительно подыгр, ...

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, 2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

12

## Основные понятия III

- Реализация (имплементация) механизма
  - реализуется функция (отношение) общественного выбора
  - реализуется с помощью какого-то механизма
  - лучше всего - чистая реализация, когда множество желательных исходов всегда совпадает с множеством
- Основная разница между теорией механизмов и теорией имплементации
  - для механизма важно, чтобы желаемый исход был хотя бы одним из равновесий
  - для имплементации важно, чтобы не было никаких лишних равновесий

## Игры с неполной информацией

- У агентов есть типы  $\theta_k$ , которые известны им самим, но не другим агентам и не планировщику
- У каждого игрока есть стратегии  $s_k \in S_k$
- Если игрок  $k$  сыграл  $s_k$ , а остальные игроки  $s_{-k}$ , то полезность (платеж)  $k$  равна  $u_k(s_k, s_{-k}; \theta_k)$ 
  - платеж игрока  $k$  зависит не только от его выбора (стратегии), и не только от того, какие стратегии выбрали остальные игроки, но и от того, *какого он типа*
- Каждый игрок максимизирует свой платеж (то есть полностью рационален), зная свой тип
- Остальные игроки не знают типа игрока, но имеют о нем какую-то информацию - например, знают распределение типов

## Механизм как форма игры с неполной информацией

- Есть участники, у которых есть какие-то типы (предпочтения)
- Задача создателя механизма (планировщика) ...
  - который не знает истинных типов участников
  - у которого для каждого набора (профиля) типов участников есть желаемый результат... состоит в том, чтобы придумать игру, которая приводит к разным желаемым результатам в зависимости от того, какие конкретные типы агентов в нее играют
- Игра (стратегии и исходы) все время одна и та же!
- В зависимости от своего истинного типа, и, следовательно, от своих предпочтений, один и тот же игрок может играть в одну и ту же игру совершенно по разному!
- Надо выбрать вид равновесий, которые нас будут интересовать
  - равновесие по Нэшу

## Аукцион как механизм

- Продается объект
- Каждый участник знает ценность объекта для себя
  - это и есть его тип
  - чаще всего предполагается, что у каждого участника есть вероятностное распределение ценности
  - участник знает какую-то реализацию этого распределения, а остальные участники и продавец – только само распределение
- Ценности объекта распределены независимо
- Стратегия – отображение множества ценностей в ставку
- Задача планировщика (продавца) - придумать формат аукциона, чтобы достичь своих целей
  - - например, максимизировать прибыль (такие аукционы называются оптимальными)
  - - например, чтобы объект достался агенту с самой высокой ценностью (такие аукционы называются эффективными)

# Задача царя Соломона

# Суд царя Соломона (3-я Царств, гл. 3, 16-28)

Тогда пришли две женщины к царю и стали пред ним. И сказала одна женщина: о, господин мой! я и эта женщина живем в одном доме; и я родила при ней в этом доме; на третий день после того, как я родила, родила и эта женщина; и были мы вместе, и в доме никого постороннего с нами не было; только мы две были в доме; и умер сын этой женщины ночью ... и встала она ночью, и взяла сына моего от меня, когда я, раба твоя, спала, и положила его к своей груди, а своего мертвого сына положила к моей груди; утром я встала, чтобы покормить сына моего, и вот, он был мертвый; а когда я всмотрелась в него утром, то это был не мой сын, которого я родила. И сказала другая женщина: нет, мой сын живой, а твой сын мертвый. А та говорила ей: нет, твой сын мертвый, а мой живой. И говорили они так пред царем. И сказал царь: эта говорит: мой сын живой, а твой сын мертвый; а та говорит: нет, твой сын мертвый, а мой сын живой. И сказал царь: подайте мне меч. И принесли меч к царю. И сказал царь: рассеките живое дитя надвое и отдайте половину одной и половину другой. И отвечала та женщина, которой сын был живой, царю, ибо взволновалась вся внутренность ее от жалости к сыну своему: о, господин мой! отдайте ей этого ребенка живого и не умерщвляйте его. А другая говорила: пусть же не будет ни мне, ни тебе, рубите. И отвечал царь и сказал: отдайте этой живое дитя, и не умерщвляйте его: она--его мать. И услышал весь Израиль о суде, как рассудил царь; и стали бояться царя, ибо увидели, что мудрость Божия в нем, чтобы производить суд

# Суд царя Соломона для экономиста

- Джон Мур (1992)
- Два возможных состояния
 

	Анна		Бет	
	A	B	A	B
□ A - Анна родила ребенка	a	a	b	b
□ B - Бет родила ребенка	b	c	c	a
□ c="Ребенок разрублен на две части"	c	b	a	c
□ d="Анна, Бет и ребенок казнены"	d	d	d	d
- Четыре возможных исхода
  - a="Анна получает ребенка"
  - b="Бет получает ребенка"
  - c="Ребенок разрублен на две части"
  - d="Анна, Бет и ребенок казнены"
- Предпочтения (в таблице по убыванию)
  - Например, в ситуации A Анна (мать ребенка) предпочитает отдать ребенка Бет (исход b), чем разубить его (исход c)
  - Если же Бет - мать ребенка (состояние B), то предпочтения Анны относительно этих исходов меняются на противоположные
  - Никто не хочет умирать

# Проблема царя Соломона

- Решение Соломона, как оно описано в Ветхом завете, не проходит
  - женщина-не-мать ведет себя *не* равновесно
  - если бы она ответила на вопрос Соломона то же самое, что и настоящая мать - он бы не смог их различить
- Формально, Соломон (планировщик, осуществляющий общественный выбор), хочет, чтобы реализовалась функция общественного выбора
 
$$F: \{A, B\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$$

$$F(A)=a, F(B)=b$$
- Для этого (имплементации) ему нужно придумать механизм, то есть игру  $G$ , в которой
  - если  $G$  играется в состоянии  $A$ , то единственный равновесный исход есть  $a$
  - если  $G$  играется в состоянии  $B$ , то единственный равновесный исход есть  $b$
- Соломон не знает реального состояния (то есть того, кто является матерью), когда придумывает игру  $G$

## Совет Маскина

- Маскин (1977): функция выбора Соломона не может быть реализована (имплементирована) как равновесие по Нэшу
- Игра представлена матрицей
  - Анна - строки, Бет - столбцы
  - в клетках - **исходы** (а не платежи)
- Где-то есть равновесие **a** (когда **A**)
- В строке, содержащей равновесие a не может быть **b** и **c**
- В состоянии **B** эта клетка тоже является равновесием!
  - что нежелательно
- Монотонность по Маскину (для функций общественного выбора): Если какая-то альтернатива была выбором при одном профиле предпочтений и не снижает ценности в глазах никакого из агентов при переходе к другому профилю, то в этом новом профиле она остается общественным выбором.
- Монотонность ФОВ  $\Leftrightarrow$  реализуемость как равновесие по Нэшу (с ограничениями)

	Бет				
Анна	?	?	a	?	?

## Многоступенчатый механизм

- Библейский механизм - многоступенчатый
  - Первая женщина высказывается
  - Вторая женщина отвечает
  - Соломон приказывает принести меч
  - Первая женщина просит не разрубать ребенка
  - Вторая женщина высказывается
  - Соломон принимает решение
- Преимущество многоступенчатости
  - есть возможность проверять достоверность стратегий участников игры
  - ограничиваясь равновесиями, совершенными относительно подыгр
- К сожалению, многоступенчатый механизм не поможет Соломону
  - есть техническое необходимое условие реализуемости функций общественного выбора как равновесий, совершенных относительно подыгр (значительно более слабое, чем монотонность по Маскину)
  - и оно в данном случае не выполняется

## Совет Палфри и Сриваставы

- Реализация в *недоминируемых* стратегиях
  1. Каждая женщина объявляет состояние (**A** или **B**) и натуральное число (1,2,3...)
  2. Если объявлены разные состояния, то **d** (все казнены)
  3. Если объявления совпадают, то исход определяется из следующих таблиц (в зависимости от того, что объявлено - **A** или **B**)

	Число Бет				
<b>A</b>	1	2	3	4	...
1	a	a	a	a	...
2	c	a	a	a	...
3	c	c	a	a	...
4	c	c	c	a	...
...	...	...	...	...	...

Объявление, а не состояние

	Число Бет				
<b>B</b>	1	2	3	4	...
1	b	c	c	c	...
2	b	b	c	c	...
3	b	b	b	c	...
4	b	b	b	b	...
...	...	...	...	...	...

## Как этот механизм работает

	Число Бет				
<b>A</b>	1	2	3	4	...
1	a	a	a	a	...
2	c	a	a	a	...
3	c	c	a	a	...
4	c	c	c	a	...
...	...	...	...	...	...

	Число Бет				
<b>B</b>	1	2	3	4	...
1	b	c	c	c	...
2	b	b	c	c	...
3	b	b	b	c	...
4	b	b	b	b	...
...	...	...	...	...	...

- Разные объявления - не равновесие
- В состоянии **A** у Анны нет недоминируемых стратегий, если обе сказали **B**: ей всегда лучше назвать число побольше (кричать чуть дольше)
- В состоянии **A**, единственное равновесие в недоминируемых стратегиях - левый угол левой матрицы (красный); обе женщины шепчут: «Анна»

## Деньги!!!

- Если есть возможность ввести денежные эквиваленты, и, следовательно, побочные платежи, задача упрощается
- Оставим только два возможных исхода -  $\{a, b\}$
- Агенты (Анна и Бет) симметричны
  - получение своего ребенка дает полезность в  $x$  рублей
  - получение чужого ребенка дает полезность в  $y$  рублей
  - $x > y$
- Соломон не знает  $x$  и  $y$ , но знает, что свой ребенок ценнее, чем чужой ( $x > y$ )
- Соломон не считает возможным заставлять родную мать платить
  - а то можно было бы провести аукцион
  - или позволить женщинам поторговаться
  - в данном случае аукцион эффективнее, чем торговля (почему?)
- Хотелось бы иметь равновесие, совершенное относительно подыгр

## Механизм с побочными платежами

1. Анна говорит  $\{\langle \text{«Это мой ребенок»}, \langle \text{«Это не мой ребенок»}\rangle\}$   
Если  $\langle \text{«Это не мой ребенок»}$ , то ребенок идет Бет; игра заканчивается
  2. Бет говорит  $\{\langle \text{«Согласна»}, \langle \text{«Не согласна»}\rangle\}$   
Если  $\langle \text{«Согласна»}$ , то ребенок идет Анне; игра заканчивается  
Если  $\langle \text{«Не согласна»}$ , то Бет объявляет ставку  $v$ , а Анна платит Соломону штраф в размере  $F > 0$
  3. Анна выбирает  $\{\langle \text{«Вист»}, \langle \text{«Пас»}\rangle\}$   
Если  $\langle \text{«Вист»}$ , то Анна получает ребенка и платит Соломону  $v$ , а Бет платит Соломону штраф в размере  $F$   
Если  $\langle \text{«Пас»}$ , то Бет получает ребенка и платит Соломону  $v$
- До игры Соломон все объясняет женщинам
  - В равновесии никто не платит! Часть механизма только обеспечивает угрозы
  - Другое равновесие Нэша (но не совершенное) - Анна угрожает заплатить сколь угодно много на стадии 3
  - Необязательно, чтобы женщины знали ценность ребенка друг для друга



## АУКЦИОНЫ

## План на сегодня

- Что такое аукцион?
  - стандартные аукционы
  - преимущества и недостатки
- Обзор основных проблем
  - выбор подходящего формата аукциона
  - организация аукционов для большого числа объектов
  - борьба со сговором
- Некоторые примеры
  - Интернет-аукционы
  - Аукционы мобильного спектра
  - FCC Аукцион #31

## Замечание

- Самое главное в теории аукционов - это практика
  - основные примеры - аукционы Federal Communication Commission, европейские аукционы мобильного спектра, Интернет-аукционы
- Вторая по важности вещь в теории аукционов - теория
  - теория игр и общего равновесия
  - асимметричная информация

## Что такое аукцион?

- Любая продажа любого объекта (одного или нескольких)
  - цена определяется в процессе продажи
  - во многих случаях аукцион – это разовая продажа
- Несколько (потенциальных) участников и продавец (аукционист)
- Аукционы проводят для того, чтобы
  - (а) получить побольше денег за продаваемый объект - *оптимальные* аукционы
  - (б) объект достался участнику, которому он нужнее (ценнее) всего - *эффективные* аукционы
  - требования (а) и (б) могут совпадать, а могут и очень сильно различаться
- Аукционы проводятся с незапамятных времен и всевозможными способами
- Аукцион – механизм ценообразования
  - иногда близок к конкурентному рынку
  - чем-то похож на совершенную дискриминацию

## Преимущества аукционов

- Реальный конкурентный механизм, в котором
  - сложная теория
  - большие деньги
  - легко (быстро) осуществить все на практике
  - высока прозрачность
- Правила игры
  - очень четко определены и могут быть объяснены
  - легко менять в зависимости от задачи аукциона и в зависимости от новых теоретических результатов
- Неудачное проведение реальных аукционов ...
  - нефтяных полей в 70-х → аукционы с «общей информацией»
  - спектра мобильной связи в 90-х → одновременные продажи многих объектов
- ...стало важнейшим стимулом к развитию теории

## Недостатки аукционов

- Аукционы заставляют участников предугадывать поведение остальных участников
  - в закрытом аукционе - надо угадывать ставки остальных
  - в восходящем - будущие цены
- Участники не имеют полной информации
  - возрастает вероятность неоптимального исхода
  - определение ставки (стратегии) становится сложной задачей
- Бывает трудно объяснить (общественность) почему формат аукциона выбран так, а не иначе
  - например, в одновременном аукционе для нескольких объектов вполне возможно, что выигравшие одинаковые объекты заплатят разную цену
- Высока цена ошибки
  - плохо сформулированное правило может привести к очень неоптимальному исходу



## Выбор формата аукциона

- Одновременный или последовательный (для нескольких объектов)
  - например, «эффект полудня»
- Замкнутый (sealed-bid) или открытый (ascending)
  - выявление информации - это хорошо или плохо?
  - прозрачность для общественности - она же и прозрачность для поддержания сговора
- Продавать объекты по одному или пакетами?
  - все проблемы структуры рынка (например, монополия)
- Анонимный?
- Поощрять ли участие?
- Справедливость?
  - за одинаковые объекты - одинаковую цену?

## Примеры одновременной продажи нескольких однородных объектов

- Государственные ценные бумаги
  - ценные бумаги казначейства США
  - ГКО
- Электроэнергия
- Разрешения на использование мощностей
  - например, для передачи данных
- Разрешения на загрязнение окружающей среды
- Приватизация
  - пакеты акций предприятия
- Телекоммуникационный спектр
  - радиочастоты (например, для мобильной связи)

## Аукционы в электроэнергетике

- Пока в США, но скоро и в России
- Производство  $\Rightarrow$  Передача  $\Rightarrow$  Распределение
- Продажа генерирующих мощностей (один раз)
- Продажа электроэнергии (ежедневно=ежеминутно)
- Продажа передающих мощностей
- Продажа разрешений на загрязнение окружающей среды
- Одна из основных проблем
  - сложности с хранением электроэнергии
- Необходимость регулирования
  - в частности, поддержания конкуренции

## Формализация аукциона

- Продается объект
- Каждый участник знает ценность объекта для себя
  - чаще всего предполагается, что у каждого участника есть вероятностное распределение ценности
  - участник знает какую-то реализацию этого распределения, а остальные участники и продавец – только само распределение
- Мы считаем, что ценность объекта распределены независимо
  - если они зависимы, то, зная ценность объекта для себя, можно делать какие-то выводы о ценности объекта для конкурентов
- Стратегия – отображение множества ценностей в ставку
- В нашем анализе аукционов основное внимание уделяется равновесным (по Нэшу) стратегиям участников
  - - то есть каждый участник знает (верит), какими стратегиями пользуются остальные (но не знает их ценностей !)
  - - собственная стратегия каждого участника является наилучшим ответом на стратегии остальных

## Английский аукцион

- открытый аукцион с восходящими ценами
  - участники называют все большую и большую цену (например, по очереди), объект достается тому, кто последним повысил цену
  - могут быть ограничения на шаг
  - может быть анонимным или электронным
- на английских аукционах продают
  - антиквариат, картины (компании Сотби и Кристи)
  - дома и земельные участки
  - рабов (в Хижине дяди Тома)
  - мебель (в Двенадцати стульях)
- в теории обычно рассматривают разновидность открытого аукциона с восходящими ценами – японский аукцион
  - цена поднимается непрерывно
  - участники выбывают один за другим (возвращаться нельзя)
  - последний оставшийся получает объект

## Аукцион первой цены

- закрытый аукцион
  - участники делают ставки в конвертах;
  - объект достается участнику, предложившему самую высокую ставку
  - победитель платит первую цену
- 75% всех аукционов в мире – первой цены
- на аукционах первой цены продают
  - государственные контракты
  - государственные ценные бумаги (в Англии)
  - собственность
  - Связьинвест
- О чем думает участник аукциона первой цены при определении своей ставки?
  - - увеличение ставки (а) увеличивает вероятность выигрыша; (б) увеличивает цену, которую платит победитель

## Пример аукциона первой цены

- Два агента (участника аукциона)  $A$  и  $B$  хотят получить объект. Ценность объекта для агента  $A$  -  $v_A$ , а для  $B$  -  $v_B$ .
- Каждый из агентов знает ценность объекта для себя, а про другого предполагает, что ценность у него распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ .
- Проводится аукцион первой цены
  - ставки делаются в закрытых конвертах
  - предложивший наибольшую цену получает объект и платит свою цену
- Участники выбирают свои ставки  $A$  -  $b_A$ , а для  $B$  -  $b_B$ 
  - $b_A = b_A(v_A)$ ,  $b_B = b_B(v_B)$
- после открытия конвертов выигрыш агента  $A$  равен
  - $v_A - b_A$ , если  $b_A > b_B$
  - $0$ , если  $b_A < b_B$

## Вычисление стратегий

- Ожидаемый выигрыш агента  $A$  равен
$$\pi_A = \pi_A(b_A, v_A) = (v_A - b_A)P(b_A > b_B)$$
- Из этой формулы видно, о чем думает участник аукциона первой цены
  - сделать ставку побольше, чтобы увеличить вероятность выигрыша (увеличить  $P(b_A > b_B)$ )
  - сделать ставку поменьше, чтобы заплатить поменьше, если выиграл (увеличить  $(v_A - b_A)$ )
- Будем искать стратегии в виде  $b_i = k_i v_i$ ,  $i = A, B$ 
  - в этом случае  $P(b_A > b_B) = P(b_A > k_B v_B) = b_A / k_B$
- То есть агент  $A$  решает задачу  $\max_{b_A} \{ \pi_A = (v_A - b_A) b_A / k_B \}$
- Оптимальная ставка в этом случае  $b_A = b_A(v_A) = v_A / 2$
- Аналогично,  $b_B = b_B(v_B) = v_B / 2$

## Голландский аукцион

- открытый аукцион с нисходящими ценами
  - продавец начинает с какой-нибудь заведомо большой цены и снижает ее шаг за шагом
  - как только какой-нибудь участник говорит, что он согласен заплатить эту цену, аукцион прекращается
- в 2001 году мой знакомый американец продал свой дом с помощью голландского аукциона – он поместил объявление в местных газетах, что цена будет снижаться каждую неделю на 5 тысяч долл.
- исторически на голландских аукционах продавали
  - тюльпаны для розничной торговли (в Голландии)
  - свежую рыбу для розничной торговли (в Израиле)
- **Вопрос:** А в чем смысл использования голландского аукциона?

**Ответ:** А смысл есть. На голландских аукционах обычно продавали скоропортящиеся товары, потому что в реальности этот аукцион идет быстрее, чем все остальные. (В теории, конечно, это несущественно).

## Голландский аукцион

- Стратегически эквивалентные игры – те, в которых можно составить взаимно однозначное соответствие игроков, стратегий, платежей
- **Вопрос:** Какому аукциону стратегически эквивалентен голландский аукцион?
- **Ответ:** Аукциону первой цены.

## Аукцион второй цены

- закрытый аукцион
  - участники делают ставки в конвертах;
  - объект достается участнику, предложившему самую высокую ставку
  - победитель платит вторую цену – вторую по величине ставку
- у второй цены есть очень естественный экономический смысл – это минимальная цена, при которой спрос равен предложению
- на аукционах второй цены продают
  - почтовые марки
  - всевозможные товары на электронных аукционах
  - государственные ценные бумаги
- экономисты очень любят аукционы второй цены, но на практике они не очень распространены
- аукционы второй цены называют еще аукционами Викри, в честь Уильяма Викри (William Vickrey)

## Чудесное свойство

- Чудесное свойство аукционов второй цены – оптимальная ставка участника есть в точности ценность объекта для него!
- Более формально:
  - ценность объекта для каждого участника равна  $v$  из распределения  $F(v)$
  - стратегии участников -  $b = b(v)$ , стратегии симметричны
  - выигрыш участника  $i$  равен  $v_i - \max\{b_k\}$ ,  $k \neq i$ , если он выиграл аукцион
- **Утверждение**  $b_i(v) = v$  является доминирующей стратегией участника  $i$ .
- **Доказательство** Пусть ценность объекта для участника  $i$  равна  $v$ . Рассмотрим ставку  $b_i = v - x$ . Пусть  $w$  – максимальная ставка среди остальных участников (для участника  $i$ ,  $w$  – случайная величина).

случай	исход	исход при ставке $v$
$v - x > w$	$i$ выигрывает и платит $w$ (получает $v - w$ )	то же самое
$w > v$	$i$ проигрывает и получает $0$	то же самое
$v > w > v - x$	$i$ проигрывает и получает $0$	$i$ выигрывает и получает $v - w > 0$

# Эффективность

- **Утверждение** Если каждый участник аукциона играет свою доминирующую стратегию,  $b_i(v)=v$ , то результат эффективен.
- **Вопрос:** Есть ли у этой игры другие равновесия? Например, неэффективные?
- **Ответ на вопрос:** Да, есть. Например, такое неэффективное несимметричное равновесие: участник номер 1 делает очень большую ставку (заведомо большую ценности объекта для любого из остальных участников), а все остальные участники делают ставку  $\theta$ . (Проверьте, что это действительно равновесие.)
- **Вопрос:** Насколько осмысленны эти равновесия? (То есть, бывают ли они в реальной жизни?)
- **Ответ на вопрос:** Да, осмысленны. Если один участник сумеет убедить всех остальных, что он очень-очень ценит объект (и, следовательно, сделает высокую ставку), то ему удастся получить объект по очень низкой цене. (Еще вернемся к этому

45

# Еще один аукцион

- Аукцион, в котором платят **все** участники
  - Объект достается участнику, сделавшему наибольшую ставку
  - Все участники (в том числе и проигравшие) платят свою собственную ставку
  - Такой аукцион может быть и закрытым и открытым
- С помощью этого аукциона моделируется лоббизм и борьба за ренту
- Особенно интересно выглядит игра, в которой ценность объекта одинакова для всех участников
- **Вопрос:** Существует ли в этом случае симметричное равновесие в чистых стратегиях?
- **Ответ:** Нет, не существует.
- **Вопрос:** Когда этот аукцион эффективнее остальных?
- **Ответ:** Если есть бюджетное ограничение.

46

# Интернет-аукционы

IBM Thinkpad 600E PII-366/64MB/6G/24X/56K-A++

Item #302534742

Currently	\$1,556.00	First bid	\$0.01
Quantity	1	# of bids	20 (bid history) (with email)
Time left	3 hours, 8 mins +	Location	Metro NYC
Started	Apr-06-00 16:20:59 PDT	Country	United States
Ends	Apr-11-00 16:20:59 PDT		

Seller (Rating) **vincelce** (192) ☆ **MP**

High bid **kb8ha** (1)

Payment Visa/MasterCard, Money Order/Cashiers Checks, Other, See item description for payment methods accepted

Shipping Buyer pays fixed shipping charges. Seller ships internationally (worldwide). See item description for shipping charges

Description

IBM Thinkpad 600E

47

# Что это за аукцион?

Зачем это?

IBM Thinkpad 600E PII-366/64MB/6G/24X/56K-A++

Item #302534742

Current bid: \$1,556.00

Bid increment: \$25.00

Your maximum bid:

(Minimum bid: \$1,581.00)

Review bid

How to Bid

1. Register to bid - if you haven't already. It's free!
2. Learn about this seller - read feedback comments left by others.
3. Know the details - read the item description and payment & shipping terms closely.
4. If you have questions - contact the seller **vincelce** before you bid.
5. Place your bid!

eBay purchases are insured.

48

# РЕАЛЬНЫЕ АУКЦИОНЫ

<http://www.nes.ru/~abremzen/anc.html>  
2006/7 АНХ/МФТИ // Константин Сонин, Российская экономическая школа

## План

- Краткое напоминание
- Обсуждение проблем реальных аукционов
- Большой пример: аукционы FCC
  - почему пример из американской экономики?
- Подведение итогов
  
- Об эссе на следующем уроке

## Напоминание

<h3>Аукционы</h3>			
<h4>План на сегодня</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Классификация аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> <li>■ Структура аукционов</li> </ul>	<h4>Зачем это</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> <li>■ Зачем это нужно?</li> </ul>	<h4>Что такое аукцион?</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> <li>■ Что такое аукцион?</li> </ul>	<h4>Английский аукцион</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> <li>■ Английский аукцион</li> </ul>
<h4>Преимущества аукционов</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> <li>■ Преимущества аукционов</li> </ul>	<h4>Недостатки аукционов</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> <li>■ Недостатки аукционов</li> </ul>	<h4>Формализация аукционов</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> <li>■ Формализация аукционов</li> </ul>	<h4>Вычисление стратегий</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> <li>■ Вычисление стратегий</li> </ul>
<h4>Аукцион первой цены</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> <li>■ Аукцион первой цены</li> </ul>	<h4>Пример аукциона первой цены</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> <li>■ Пример аукциона первой цены</li> </ul>	<h4>Голландский аукцион</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> </ul>	<h4>Эффективность</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> <li>■ Эффективность</li> </ul>
<h4>Голландский аукцион</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> <li>■ Голландский аукцион</li> </ul>	<h4>Аукцион второй цены</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> <li>■ Аукцион второй цены</li> </ul>	<h4>Чуждое свойство</h4> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> <li>■ Чуждое свойство</li> </ul>	

## Примеры одновременной продажи нескольких однородных объектов

- Государственные ценные бумаги
  - ценные бумаги казначейства США
  - ГКО
- Электроэнергия
- Разрешения на использование мощностей
  - например, для передачи данных
- Разрешения на загрязнение окружающей среды
- Приватизация
  - пакеты акций предприятия
- Телекоммуникационный спектр
  - радиочастоты (например, для мобильной связи)

## Аукционы в электроэнергетике

- Пока в США, но скоро и в России
- Производство ⇒ Передача ⇒ Распределение
- Продажа генерирующих мощностей (один раз)
- Продажа электроэнергии (ежедневно=ежеминутно)
- Продажа передающих мощностей
- Продажа разрешений на загрязнение окружающей среды
- Одна из основных проблем
  - сложности с хранением электроэнергии
- Необходимость регулирования
  - в частности, поддержания конкуренции

## Выбор формата аукциона

- Одновременный или последовательный (для нескольких объектов)
  - например, «эффект полудня»
- Закрытый (sealed-bid) или открытый (ascending)
  - выявление информации - это хорошо или плохо?
  - прозрачность для общественности - она же и прозрачность для поддержания сговора
- Продавать объекты по одному или пакетами?
  - все проблемы структуры рынка (например, монополия)
- Анонимный?
- Поощрять ли участие?
- Справедливость?
  - за одинаковые объекты - одинаковую цену?

## Большой пример: аукционы FCC

## Вчера и сегодня

- Federal Communication Commission
  - беспроводная связь (PCS - personal communication service)
- Распределение лицензий FCC до н. э. (1994 года)
  - «конкурсы красоты»
  - жребий
- Аукционы FCC до сих пор
  - многоаундовые одновременные восходящие аукционы
  - 33 аукциона, тысячи лицензий, сотни фирм
  - большие успехи
  - проблема сговора
- Аукционы FCC не сегодня - завтра
  - Аукцион #31
  - возможность делать пакетные ставки

## Основные задачи

### ■ Эффективность

#### □ перепродажа?

- неэффективность типа Майерсона - Сатеруайта
- первичный обладатель лицензий будет, возможно, обладать слишком большой рыночной силой

### ■ Максимизация доходов от продажи лицензий

- #### □ доходы от продажи государственной собственности вносят меньше искажений, чем налоги на ту же сумму

### ■ Конкурентный рынок *после* аукциона

- #### □ ограничения на максимальное количество лотов

## Открытый или закрытый?

### ■ опасность сговора $\Rightarrow$ закрытый

- нет возможности сигнализировать
- нет возможности «молчаливого соглашения»

### ■ отвращение к риску $\Rightarrow$ закрытый

### ■ выявление информации $\Rightarrow$ открытый

- выше эффективность
- плюс доходы

### ■ Аукционы FCC - открытые

- доходы - не главное
- эффективность очень важна
- сговор считался маловероятным

## Одновременно или последовательно?

### ■ эмпирически, в последовательных аукционах на одинаковые объекты цены снижаются (declining price anomaly) $\Rightarrow$ одновременно

### ■ опасность сговора $\Rightarrow$ последовательно

### ■ разные цены в последовательном

#### □ возможны судебные иски

- права на коммерческое использование спутника, США 1981
- 7 одинаковых лицензий проданы последовательно
- 1-ая - 14,4 млн. долл., 6-ая - 10,7 млн. долл.
- победитель первого аукциона обратился с жалобой в FCC и в итоге цена была одинаковой для всех

### ■ последовательные аукционы проще проводить

## Пакетные ставки?

### ■ Простота vs. эффективность

### ■ Пример неэффективности в отсутствие пакетных ставок

### ■ Издержки пакетных ставок

- «проблема порога» (threshold problem)
- сложность составления заявок

## Дополнительные аспекты

- Открытая информация
  - В «больших» аукционах FCC:
    - известны все ставки
    - известно, какое количество лицензий доступно каждому участнику
    - известно, кто какой участник
- Дискретные или непрерывные ставки?
- Минимальная ставка?
- Сколько раундов в день?
  - от 1-го в день до 1-го в 20 минут
- Штраф за отказ платить?
  - $\max\{0, \text{цена отказа} - \text{окончательная цена}\}$

## Открытый восходящий аукцион

- Правила
  - одновременно продается несколько лицензий
  - каждый участник может повышать ставки в пределах «доступного количества»
  - есть минимальный шаг, но нет максимального
  - аукцион заканчивается, когда проходит раунд без новых ставок
  - ограничение на количество лицензий, которое может получить один участник (конкуренция *после!*)
    - FCC: не меньше 5 конкурентов на каждом рынке, не более 45 MHz в одни руки

## Первичный платеж

- подтверждает серьезность намерений
- за 2 недели
- все последующие штрафы вычитаются из первичного платежа
- проигравшие (и не нарушавшие правил) получают его обратно целиком
- чем больше первичный платеж, тем за большее число лицензий может соревноваться участник
- в аукционах FCC измерялся в MHz/нас. и не специфичен по отношению к лицензиям
  - в отличие от аукционов на квоты на лов рыбы в России
- в первых аукционах FCC первичный платеж был 0.02 доллара за MHz/нас
- Пример ошибки
  - 27-28 июля 1994 года, аукцион Interactive Video Data Services - первичный платеж - 500 долл. (цена около 1 000 000). 114 отказов (из 574)

## Поддержка отдельных участников

- Ограничения на количество лицензий
- Блоки только для мелких фирм
- Женщины и меньшинства имеют преимущества
  - на некоторых лотах
  - кредиты до 50% ставки
  - безвозмездная помощь до 40 % от ставки
  - в первом (узкополосном) аукционе помощь была 25%, но не один такой участник не стал победителем
  - по ставке в 40% победили только такие участники



## Показатели успеха

- Доходы от аукционов FCC значительно превышали ожидаемые
- Цены на сходные лоты были очень близки
  - «невидимая рука рынка»
- Не было перепродаж
  - впрочем, здесь тот же аргумент что и раньше работает в обратную сторону
- С другой стороны
  - одновременные аукционы на одинаковые объекты ≈ аукцион на несколько объектов с равномерной ценой
  - ⇒ стимулы скрывать истинный спрос
  - у крупных участников есть возможность влиять на цену, которую они платят (demand reduction)

## Пример стратегического снижения спроса

- В аукционе С часть лицензий была продана заново (из-за отказа платить, уже после аукциона, крупного участника)
- *NextWave*, крупнейший победитель аукциона, купил на повторном аукционе более 60% лотов
- по окончании первого аукциона *NextWave* не имела вторых ставок на этих, выигранных на повторном аукционе лотах
- теперь могла не бояться повысить спрос!
  
- Примеров на самом деле очень много

## Пример шифрованной ставки

	Marshalltown, IA		Rochester, MN		Waterloo, IA	
	283 E		378 D		452 E	
Рнд	<i>McLeod</i>	<i>USWest</i>	<i>McLeod</i>	<i>USWest</i>	<i>McLeod</i>	<i>USWest</i>
24	56,000				287,000	
...						
46				568,000		
52			689,000			
55				723,000		
58			795,000			
59				875,000		<b>313,378</b>
60					345,000	
62			963,000			
64		<b>62,378</b>		1,059,000		

## Пример наказания

	Canton, OH			Harrisburg, PA	
	65 F			181 F	
Раунд	<i>NextWave</i>	<i>NorthCoast</i>	<i>OPCSE</i>	<i>NextWave</i>	<i>NorthCoast</i>
56			358,000	1,217,000	
57		409,011			
78	460,000				
82		511,011			
125			562,000		
136		618,011			
158	680,000				
159		748,011			
160	861,000				
161					<b>1,339,011</b>
162				1,473,000	
163		947,011			

## Что можно с этим сделать?

- Какую информацию выявлять?
  - размер ставки  $\Rightarrow$  возможность шифрования
  - имя ставящего  $\Rightarrow$  возможность наказания
- Скрытие и того, и другого имеет обратную сторону
  - участник безразлично, кто выигрывает что
  - прозрачность снижается
  - умные участник найдут другие способы наказывать
- Повышать минимальную (стартовую) цену
- В аукционах DEF: стимулы к разным хитростям особенно велики
  - много маленьких лицензий
  - слабая конкуренция
  - нет минимальных цен

## Организация ...

- Продаются частоты передач ТВ спутника (Австралия)
  - закрытые ставки
  - нет никакого штрафа за отказ от ставки

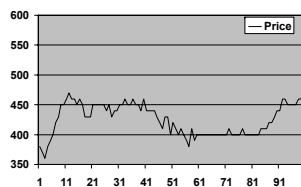
Исходная победная ставка	Окончательная цена
212,000,000	117,000,000
177,000,000	77,000,000

- Продаются короткие частоты (Новая Зеландия) - закрытый аукцион второй цены

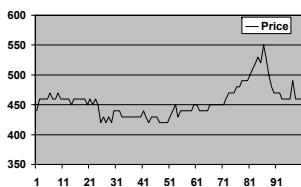
Лот	Победитель	Высшая ставка	Вторая цена
1	Sky Network TV	2,371,000	401,000
2	Sky Network TV	2,273,000	401,000
3	Sky Network TV	2,273,000	401,000
4	BCL	255,124	200,000
5	Sky Network TV	1,121,000	401,000
6	Totalisator A.B	401,000	100,000
7	United Christian	685,200	401,000

## Ценообразование в рыбных аукционах

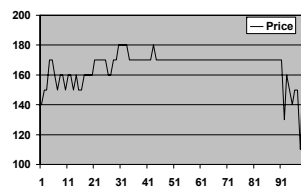
Auction 5, 2002  
Rasp, 100 lots  
String 4



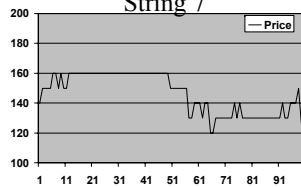
Auction 5, 2002  
Rasp, 100 lots  
String 5



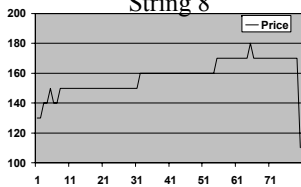
Auction 5, 2002  
Flat-fish, 100 lots  
String 6



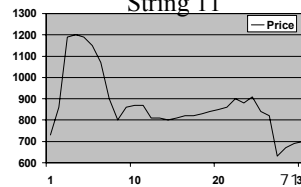
Auction 5, 2002  
Flat-fish, 100 lots  
String 7



Auction 5, 2002  
Flat-fish, 80 lots  
String 8



Auction 5, 2002  
Pacific cod, 30 lots  
String 11



## Человеческий фактор?

- Нью-Йорк, 1994
  - 3 лицензии для продажи
  - при цене в 782 млн. долларов осталось три участника - Verizon, Cingular, AT&T
  - Verizon продолжала ставить на две лицензии до тех пор, пока Cingular не выпала при цене в 2000 млн. долларов
- Германия, 1999
  - 3G аукцион
  - Deutsche Telecom могло бы закончить аукцион, согласившись на две лицензии в момент, когда цена была очень низкой
  - однако Deutsche Telecom долго продолжала ставить на 3 лицензии
  - потом Deutsche Telecom согласилась на 2 лицензии, но заплатив на 2 млрд. долларов больше